



Uniwersytet Warszawski
Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki

ul. Banacha 2
02-097 Warszawa, Polska

Tel: (48 22) 55 44 436
Fax: (48 22) 55 44 300

Warszawa, 15.11.2017 r.

prof. dr hab. Piotr Bogusław Mucha

Recenzja rozprawy habilitacyjnej i dorobku naukowego
dra Jarosława Mederskiego w postępowaniu w sprawie
wniosku o nadanie stopnia doktora habilitowanego

Dr Jarosław Mederski jest autorem przeszło 18 prac naukowych. Artykuły te ukazały się w bardzo dobrych pismach jak: ARMA (bez wątpienia najlepsze pismo w dziedzinie równań różniczkowych cząstkowych), Communications in PDEs, Journal of Functional Analysis czy Journal of Differential Equations. Odnosząc się do cytowań prac habilitanta mamy 46 cytowań przez 22 autorów (MathSciNet) oraz 90 (Scholar Google). Liczby te nie są duże, ale w żaden sposób wskaźniki te nie mogą być miernikiem poziomu rezultatów naukowych. Mamy do czynienia ze świeżymi wynikami i istotniejszym miernikiem jest jakość pism, a tu jest ona bardzo wysoka.

Rozprawa habilitacyjna pod tytułem:

*Teoria punktów krytycznych silnie nieokreślonych funkcjonalów
oraz rozwiązań czasowo-harmonicznych równań Maxwella
z nieliniową polaryzacją o subkrytycznym wzroście*

składa się z pięciu prac [BM1], [M1], [M2], [BM2] oraz [BM3]. Na wstępie podkreślę, że wybór pięciu prac jest bardzo trafny, a nawet można by się pokusić o zmniejszenie tego zbioru do czterech elementów. Tytuł habilitacji jest zbyt długi, choć "nieliniową polaryzację" odbieram jako wyraźny ukłon w stronę recenzenta. Cztery prace rozważają własności rozwiązań Maxwella a jedna bada rozwiązania stacjonarnych równań Schroedingera. Tematyka pracy zawiera się w teoriach układów eliptycznych z punktu widzenia metod wariacyjnych. Problematyka rozprawy nie jest obecna w polskim środowisku matematycznym, co jest bardzo ważnym elementem, który należy brać pod uwagę w ocenie osiągnięć dra Mederskiego. Trzy prace powstały we współpracy z prof. Bartsch, zauważalny jest silny niemiecki wpływ na tytuły prac.

Przejdźmy do opisu prac.

Praca pierwsza [BM1]:

T. Bartsch, JM: *Ground states of time-harmonic semilinear Maxwell equation in a bounded domains*; Archive for Rational Mechanics and Analysis 215 (2015), 282-306.

Praca bada istnienie rozwiązań dla równań Maxwella w obszarach ograniczonych w R^3 . Dokładniej rozważany jest problem

$$(1) \quad \begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times E) + \lambda E &= \partial_E F(x, E) \text{ w } \Omega, \\ \nu \times E &= 0 \text{ na } \partial\Omega. \end{aligned}$$

Zagadnienie powyższe jest niczym innym jak poszukiwaniem harmonicznym w czasie rozwiązań dla wyjściowych równań Maxwella. Nieliniowość F pochodzi od związku między indukcją elektryczną a polem elektrycznym. Typowym reprezentantem dla tego wyniku jest tu postać

$$F(x, E) = \Gamma(x)|E|^p.$$

dla p z przedziału $(2, 6)$.

Główne wyniki pracy pokazują istnienie wariacyjnych rozwiązań, oraz precyzują kiedy jest ich nieskończenie wiele. Tu $\lambda \leq 0$. Szczególne miejsce zajmują tu rozwiązania cylindrycznie symetryczne. Autorzy w swoich rozważaniach używają bardzo zaawansowanego rachunku wariacyjnego.

Druga praca [M1]:

JM: *Ground states of time-harmonic semilinear Maxwell equations in R^3 with vanishing permittivity*; Archive for Rational Mechanics and Analysis 215, 825-861.

W drugiej pracy autor, tym razem sam, zmagają się z analogicznym problemem jak w pracy [BM1], lecz w całej przestrzeni R^3 . Znowu poszukiwane są rozwiązania harmoniczne w czasie układu

$$\nabla \times (\nabla \times E) + \partial_t^2(\epsilon E) + \partial_t^2 P_{NL} = 0,$$

gdzie E jest polem elektrycznym, $\epsilon(x)$ określa przenikalność elektryczną materiału, a P_{NL} określa nieliniową polaryzację. Tu równania rozwiązane są w postaci:

$$\nabla \times (\nabla \times E) + V(x)E = f(x, E),$$

gdzie $V(x) \leq 0$ oraz f jest reprezentowana przez przykład

$$f(x, E) = \Gamma(x) \min\{|E|^{p-2}, |E|^{q-2}\} \text{ dla } 2 < p \leq q.$$

Główny wynik pokazuje istnienie rozwiązania w stanie podstawowym, zdefiniowanego przez minimum odpowiedniego funkcjonału. Podkreślmy, że wybór obszaru R^3 powoduje brak zwartości, dlatego wiele standardowych technik nie działa, np. nie mamy zwartości ciągów Palaisa-Smalea. Znajdujemy również ciekawe wyniki dotyczące własności badanego funkcjonału. Patrz dokładny opis w autoreferacie.

Na koniec opisu drugiej pracy, chcę podkreślić, że oba wyniki [BM1] i [M1] ukazały się w ARMA, jest to bez wątpienia najlepsze pismo dotyczące analizy stosowanej. Musi to być brane pod uwagę przy ocenie tych wyników. Oraz oczywiście to, że są to pierwsze takie wyniki dla równań Maxwella.

Trzecia praca [M2]:

JM: *Ground states of a system of nonlinear Schroedinger equations with periodic potentials*; Communications in Partial Differential Equations 41 (2016), 1426-1444.

Praca dotyczy analizy rozwiązań dla nieliniowych równań Schroedingera w całej przestrzeni R^N . Autor rozważa układ diagonalny gdzie symbol (część główna) zadana jest przez operator

$$-\Delta + V_k(x) \text{ dla } k = 1, 2, \dots, K.$$

Zatem cały układ ma postać

$$-\Delta u_k + V_k u_k = f_k(x, u) \text{ dla } k = 1, 2, \dots, K.$$

Używając technik związanych z rozmaitością Nehari-Pankova, autor dowodzi istnienia minimum funkcjonału związanego z powyższym zagadnieniem dowodząc istnienie podstawowego rozwiązania wariacyjnego. Nadto pokazuje, że rozwiązania te maleją eksponencjalnie w przestrzeni.

Warto podkreślić, iż praca ukazała się w bardzo dobrym piśmie specjalistycznym, co jest pewnym obiektywnym argumentem za jakością przedstawionych rezultatów.

Czwarta praca [BM2]:

T. Bartsch, JM: *Nonlinear time-harmonic Maxwell equations in an anisotropic bounded medium*; Journal of Functional Analysis 272 (2017), 4304-4333.

Praca czwarta, wspólna z prof. Bartschem, powraca do równań Maxwella. Główny wynik koncentruje się na analizie ilościowej rozwiązań, mamy istnienie podstawowych stanów jak i ciągów rozwiązań wariacyjnych takich, że wartość funkcjonału na tym ciągu ucieka do nieskończoności. Mamy też analizę rozwiązań cylindrycznych. Bazując na technikach wypracowanych w poprzednich pracach i rozwijając je autorzy otrzymują pełniejszą informację o badanym układzie. Praca ukazała się w JFA, jest to pismo historycznie bardzo dobre, choć dziś nie należy do ścisłego topu, cały czas jednak publikacja w tym piśmie świadczy bardzo dobrze o autorze.

Piąta praca, ostatnia [BM3]:

T. Bartsch, JM: *Nonlinear time-harmonic Maxwell equation in domains*; Journal Fixed Point Theory and Applications 19 (2017), 959-986.

Ostatnia praca jest przeglądownką po problemach związanych z równaniem Maxwella, jest to bardzo dobre wprowadzenie w tę nietrywialną tematykę, opisane są główne kłopoty i wyzwania stawiane matematyce przez ten fizyczny problem. Znajdujemy tu wytłumaczenie dlaczego standardowe techniki rachunku wariacyjnego nie mogą być bezpośrednio zastosowane. Warto podkreślić, że na końcu znajdujemy listę otwartych problemów, co jest wyraźnym pokazaniem ekspertyzy autorów w tej dziedzinie.

Przejdę teraz do opisu dorobku naukowego, nie jest on liczebnie duży, ale jakościowo dobry. Mamy tu 10 prac, cztery związane jeszcze z tematyką doktorską. Dla mnie na wyróżnienie zasługują prace:

P. d'Avenia, JM, A. Pomponio, *Vortex ground states for Klein-Gordon-Maxwell-Proca type systems*. J. Math. Phys. 58 (2017), no. 4, 041503, 19 pp.

oraz

P. d'Avenia, JM *Positive ground states for a system of Schrödinger equations with critically growing nonlinearities*. Calc. Var. Partial Differential Equations 53 (2015), no. 3-4, 879–900.

Obie prace osadzone są w metodyce rozpracowanej w rozprawie doktorskiej, i tak w pierwszej pracy mamy aplikację do układu Kleina-Gordona-Maxwella, by pokazać tam cylindryczne rozwiązania, a w drugiej z mojego punktu widzenia bardziej delikatnej bada istnienie i nieistnienie dodatnich rozwiązań podstawowych. Wyniki te niezbicie dowodzą, że habilitant jest ekspertem w przedstawionej dziedzinie.

Podsumowując, rozprawa habilitacyjna oraz dorobek naukowy habilitanta jest imponujący. Bardzo wysoko oceniam matematyczne wyniki, habilitant używa najnowszych technik metod wariacyjnych, modyfikując je na potrzeby badanych problemów. Ma bardzo poważny warsztat analityczny. Jeszcze raz podkreślę wysoką jakość pism gdzie habilitant publikuje.

Stwierdzając, że przedstawiony materiał stanowi wystarczającą podstawę w myśl zwyczajów oraz przepisów o stopniach i tytułach naukowych do uzyskania tytułu doktora habilitowanego, wnoszę wniosek o dopuszczenie do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

Piotr Mucha