

Marek Capiński
Wydział Matematyki Stosowanej AGH
Al. Mickiewicza 30
30-059 Kraków

Kraków 25 października 2015

**Recenzja w sprawie o nadanie stopnia doktora habilitowanego
panu doktorowi Michałowi Barskiemu**

Podstawą analizy wniosku jest sześć prac zaliczonych do cyklu "Stochastyczne modele rynków obligacji z szumem Levy'ego" przedstawionego jako praca habilitacyjna, czyli według obowiązującej terminologii, osiągnięcie naukowe, oraz osiem prac, z czego sześć po doktoracie, składającej się na tzw. istotną działalność naukową (formalnie narzucona terminologia jest trudna do zaakceptowania, gdyż pośrednio wynika z niej, że habilitacja nie jest istotną działalnością, a prace spoza cyklu nie zawierają osiągnięć naukowych).

Ocena osiągnięcia naukowego

Z punktu widzenia zastosowań w matematyce finansowej, głównym tematem prac zaliczonych do cyklu jest tematyka związana z twierdzeniami fundamentalnymi, a mianowicie omawiany jest problem braku arbitrażu i zupełności modelu Heath-Jarrow-Morton (HJM) na stopę forward z szumem typu procesu Levy'ego. Rozważenie procesu Levy'ego w modelowaniu finansowym jest istotne choćby z tego powodu, że dla uwzględnienia ryzyka kredytowego konieczne jest dopuszczenie procesów o nieciągłych trajektoriach. Modele oparte na procesie Levy'ego to nowa i zaawansowana gałąź matematyki finansowej z ograniczoną liczbą zainteresowanych badaczy co może tłumaczyć niezbyt wysoką cytowalność prac z cyklu. Lista zaliczonych prac jest podana na 1 stronie autoreferatu i poniżej stosuję znajdujące się tam skróty.

Pierwsza z omawianych prac [BJZ] tylko częściowo podpada pod zakres wyznaczony tytułem rozprawy, gdyż równanie na stopę forward zawiera całą stochastyczną względem procesu Wienera. Niemniej z uwagi na to że dotyczy problemu zupełności jest dobrym wstępem do głównej części, a z uwagi na to że proces Wienera jest nieskończenie wiele wymiarowy, jest ona interesująca matematycznie. Główne twierdzenie mówi, że założony model rynku jest niezupełny, a dowód oparty jest na konstrukcji zmiennej losowej, która nie może być zreplikowana. Konstrukcja jest oparta na analizie tzw. równania strukturalnego (równość (7) w autoreferacie). Warunkiem koniecznym dla replikacji jest istnienie rozwiązania tego równania. Skonstruowano zmienną losową będącą prawą stroną równania, dla której nie ma rozwiązania. Ponadto

pokazano jako wniosek kontrprzykład do wyniku z 2005 roku gdzie autorzy Aihara i Bagchi stwierdzili zupełność swojego modelu. (W istocie pokazali oni poprawnie jedynie przybliżoną zupełność, co zresztą ze strony praktycznych zastosowań jest wystarczające.) Ostatnia część tej pracy (nie omówiona w autoreferacie) pokazuje że równanie strukturalne może mieć rozwiązanie przy dodatkowym założeniu w stosownej klasie procesów. Pytanie o motywację sięgnięcia po nieskończenie wiele wymiarowy proces Wienera, z punktu widzenia praktycznych zastosowań, nie jest w ogóle analizowane, a motywacja ta nie wydaje się oczywista. Konstrukcja instrumentu, który nie jest replikowalny jest abstrakcyjna, nie ma odniesienia do praktyki i nie przybliży zrozumienia powodu dlaczego tak skonstruowany instrument nie może być wyceniony.

Prace [BZ1] i [B2] dotyczą modelu z szumem danym przez proces Levy'ego. Pokazano, że rozwiązywalność problemu zupełności zależy od własności miary Levy'ego i odpowiedź jest pozytywna gdy na przykład miara Levy'ego ma skończony nośnik. W najbardziej interesującym przypadku obejmującym sytuacje gdy ma ona gęstość, pokazano brak zupełności poprzez konstrukcję zmiennej losowej, która nie może być replikowana. Jako wniosek uzyskano odpowiedź na pytanie o równoważność zupełności i jedyności miary martyngałowej (drugie twierdzenie fundamentalne) – jedynność miary martyngałowej nie implikuje zupełności. W pracy [B2] mamy wyniki podobne do [BZ1] ale replikacja jest rozważana względem miary fizycznej, co stwarza istotne trudności związane z niestabilnością procesu Levy'ego przy zmianie miary. Ta praca jest ciekawa między innymi z uwagi na uzyskaną charakteryzację miar martyngałowych będącą uogólnieniem klasycznego warunku HJM (równość (51)). Końcowy wynik to niezupełność (autor podkreśla, że jest to uogólnienie wyniku z [BZ1], gdzie założono że miara fizyczna jest jednocześnie martyngałowa), ale nasuwa się uwaga, że pojęcie replikacji nie zależy od miary. Jej konstrukcja zależy od miary, gdyż wykorzystane jest twierdzenie o reprezentacji martyngału, ale z uwagi na zasadę braku arbitrażu, wartości strategii replikujących muszą się pokrywać (niekoniecznie pozycje w walorach).

Istnienie miary martyngałowej dla modelu HJM z procesem Levy'ego jest badane w pracach [BZ2], [BZ3]. Problem polega na rozwiązaniu równania dającego związek dryfu z dyfuzją. W przypadku, gdy dyfuzja zależy liniowo od stopy forward, równanie jest kwadratowe i rozwiązania eksplodują w klasycznej sytuacji z procesem Wienera. Zaskakujący jest wynik pracy [BZ2] gdzie przy odpowiednim szumie typu Levy'ego równanie ma jednak ograniczone rozwiązanie ale dowód tego jest trudny. Ogólny przypadek ogólnej nieliniowej zależności dyfuzji od stopy forward jest zbadany w pracy [BZ3]. Z punktu widzenia wartości czysto matematycznej, ta praca jest najmocniejszym składnikiem habilitacji. W szczególności mamy tu nowe wyniki dotyczące regularności procesów Levy'ego.

Praca [B1] dotyczy pewnego wybranego modelu z zakresu ryzyka kredytowego. Chodzi o rynek obligacji z zabezpieczeniem (CDO), a konkretnie o istnienie modelu dopuszczającego miarę martyngałową, w którym ceny obligacji zależą w sposób monotoniczny od terminu zapadalności i ratingu kredytowego. W porównaniu z literaturą nowość polega na dopuszczeniu szumu w postaci procesu Levy'ego, co dla modeli ryzyka kredytowego jest istotne. Z cyklu prac

zaliczonych do habilitacji ta jest najbardziej wartościowa z uwagi na wagę i praktyczne aspekty tematyki jak i trudności dowodowe twierdzeń. Na wyróżnienie zasługuje przykład, a właściwie ogólna klasa przykładów pozwalających na budowę konkretnych modeli jak i ich kalibrację.

Prace składające się na cykl zostały opublikowane w bardzo dobrych czasopiśmie, tematyka jest trudna i uzyskano wartościowe wyniki. Liczba 9 cytowań w bazie MathSciNet (wzrost o dwa w porównaniu z danymi we wniosku) jest skromną, ale zadowalającą liczbą z uwagi na to że prace ukazały się stosunkowo niedawno (i jak widać liczba ta szybko rośnie), a tematyka jest w wąskim kręgu zainteresowań z uwagi na trudności techniczne.

Pozwala to na zdecydowaną konkluzję, że osiągnięcie naukowe stanowi znaczny wkład autora w rozwój dyscypliny naukowej.

Ocena istotnej działalności naukowej

Pozostały dorobek obejmuje osiem prac. Sześć z nich zostało opublikowanych po doktoracie i z nich omówię krótko trzy. Ich lista znajduje się na stronie 13 autoreferatu i do niej się poniżej odwołuję.

W modelu zupełnym wystawca instrumentu pochodnego może całkowicie wyeliminować ryzyko inwestując otrzymaną cenę w strategię replikującą, oczywiście zakładając że bez kosztów transakcji będzie ją w stanie utrzymać, ale to jest inny problem niż rozważany w pracach [QH2] [QH3], gdzie zakłada się częściową osłonę wydając tylko część tej kwoty. Pierwsza z nich bada prawdopodobieństwo tego, że wartość końcowa strategii replikującej przewyższy wypłatę instrumentu pochodnego. To prawdopodobieństwo to nie jest zbyt interesująca wielkość i jest to rozwinięte we właściwym kierunku w drugiej z tych prac, gdzie bada się wartość oczekiwaną straty z uwzględnieniem preferencji inwestora. Tą wartość staramy się zminimalizować dobierając strategię, co jest problemem sterowania stochastycznego. Problem jest rozwiązany metodami elementarnymi co zasługuje na podkreślenie, a wyniki są zilustrowane praktycznymi przykładami. Wydaje się że jeszcze bardziej interesująca byłaby optymalizacja warunkowej wartości narażonej na ryzyko (CVaR). Szkoda, że te prace, a szczególnie druga z nich, nie zostały złożone do druku w czasopiśmie specjalizujących się w problematyce finansowej.

Praca [APPR] dotyczy aproksymacji rozwiązań równań stochastycznych z szumem Levy'ego. Skonstruowany schemat oparty na wielokrotnych całkach stochastycznych zrobił wrażenie na niżej podpisanym, ale przypuszczalnie powinien się wypowiedzieć ktoś z doświadczeniem w metodach numerycznych.

Spośród ośmiu tylko dwie prace zostały opublikowane w czasopiśmie z tzw. listy filadelfijskiej. Żadna z ośmiu prac nie jest cytowana w MathSciNet. Dorobek jest skromny, ale może zostać uznany za zadawalający, a sytuację poprawia książka "Bond Markets with Levy Factors" przyjęta do druku przez Cambridge University Press. Jest ona wprawdzie rozwinięciem prac zaliczonych do cyklu ale zawiera wiele uzupełniających faktów i może być potraktowana jako wartościowa monografia (Niżej podpisany przypadkowo mógł się z nią zapoznać, ale szkoda że nie została dołączona do materiałów.) Ponadto gdyby pracę [BJZ]

przesunąć z cyklu składającego się na rozprawę (gdzie niezupełnie przystaje z wyżej wymienionych powodów) do pozostałego dorobku, ocena osiągnięcia naukowego byłaby równie wysoka, a pozostały dorobek by zyskał. Warto odnotować że wszystkie prace w omawianej grupie są napisane samodzielnie, a spektrum tematyczne jest stosunkowo szerokie. Udział w grantach badawczych i aktywność międzynarodowa pozytywnie dopełniają obrazu i uzasadniają pozytywną ocenę całokształtu działalności naukowej dra Barskiego.

Podsumowanie

Zarówno rozprawa habilitacyjna jak i pozostały dorobek doktora Michała Barskiego spełniają wymogi ustawowe jak i zwyczajowe. Wnioskuje o nadanie mu stopnia doktora habilitowanego.

Marek Cypinski