

prof. dr hab. Leszek Słomiński
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
Wydział Matematyki i Informatyki
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń

Toruń, 6 listopada 2015 r.

RECENZJA W POSTĘPOWANIU HABILITACYJNYM
DRA MICHAŁA BARSKIEGO

1. Ocena osiągnięcia naukowego

Rozprawę habilitacyjną dra Barskiego na temat „Stochastyczne modele rynków obligacji z szumem Lévy’ego” tworzy jednotematyczny cykl sześciu prac opublikowanych w *Math. Finance* (praca [BJZ]), *Int. J. Theor. Appl. Finance* (praca [BZ1]), *Finance Stoch.* (praca [BZ2]), *J. Differential Equations* (praca [BZ3]), *Stochastics* (praca [B1]) i *Banach Center Publ.* (praca [B2]). Jak widać z powyższego wyszczególnienia pięć pierwszych prac opublikowanych zostało w bardzo dobrych czasopismach o zasięgu międzynarodowym. Ostatnia praca ukazała się w cenionym wydawnictwie publikującym z reguły wybrane materiały pokonferencyjne. Treść rozprawy podsumowana jest w dobrze zredagowanym autoreferacie. Do dokumentacji dołączone zostały oświadczenia J. Zabczyka i J. Jakubowskiego precyzyjnie opisujące ich wkład w powstanie wspólnych prac [BJZ], [BZ1], [BZ2] i [BZ3]. Ponieważ prace przedstawione jako rozprawa habilitacyjna stanowią cykl artykułów powstałych i opublikowanych po doktoracie, o wspólnej tematyce, więc w mojej opinii rozprawa dra Barskiego spełnia wszystkie formalne wymogi ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym, i w szczególności jest osiągnięciem naukowym w rozumieniu tejże ustawy.

Celem rozprawy habilitacyjnej dra Barskiego jest badanie ważnego według mnie działu matematyki finansowej jaki stanowią obecnie stochastyczne modele rynków obligacji z czynnikiem losowym generowanym za pomocą procesu Lévy’ego. Z badań prekursorów tej problematyki Mertona i Scholesa (laureatów nagrody Nobla z ekonomii) wiadomo, że wyznaczone na rynkach bez możliwości arbitrażu sprawiedliwe ceny instrumentów finansowych są wartościami oczekiwanymi względem odpowiednich miar martyngałowych, tzn. miar probabilistycznych względem których modelowane za pomocą procesów stochastycznych zdyskontowane ceny akcji lub obligacji stają się martyngałami lub lokalnymi martyngałami. Zależność ta pozwala wykorzystywać do modelowania instrumentów finansowych i ich badania zaawansowane metody teorii procesów stochastycznych i stochastycznych

równań różniczkowych. Jest to w mojej opinii ciekawa i trudna problematyka badawcza.

Przedłożone w ramach rozprawy prace habilitanta dotyczą:

- zupełności rynków obligacji,
- istnienia bezarbitrażowych rynków obligacji
- i monotoniczności rynków obligacji.

We wszystkich trzech przypadkach udało mu się uzyskać szereg wartościowych wyników.

Badanie zupełności, tzn. własności istnienia dla każdej ograniczonej zmiennej losowej replikującej ją strategii samofinansującej stanowi podstawową dla rynków obligacji tematyką badawczą (dobrze wiadomo, że pozwala ona w szczególności odpowiednio określić cenę instrumentu finansowego wyznaczonego przez tą zmienną). Wyniki habilitanta na ten temat zawarte są w pracach [BJZ], [BZ1] i [B2]. W pierwszej z nich badany jest problem zupełności dla modelu rynku obligacji ze stopą forward z zaburzeniem losowym generowanym przez cylindryczny proces Wienera. Głównym wynikiem pracy jest twierdzenie 3.2 stwierdzające niezupełność rozważanego rynku. Jest to bardzo wartościowy i raczej zaskakujący rezultat z ciekawym kilkukrokowym dowodem. Warto zwrócić uwagę na kluczowe lematy 3.4 (o reprezentacji zmiennej losowej) i 3.5 (o jednoznaczności reprezentacji), które same w sobie są bardzo ciekawymi wynikami matematycznymi. Jedną z konsekwencji twierdzenia 3.2 jest niezupełność rynku obligacji rozważanego w pracy Aihary i Bagchiego z 2005 roku, co pokazuje w istocie fałszywość znanego wyniku Aihary i Bagchiego sformułowanego w twierdzeniu 4.1 w wymienionej wyżej pracy. W kolejnej pracy [BZ1] badany jest problem zupełności dla modelu ze stopą forward z miarą skoków pewnego procesu Levy'ego i jego związek z jednoznacznością miary martyngałowej na rynku. W twierdzeniu 4.1 pokazano, że jeżeli nośnik odpowiedniej miary Lévy'ego jest skończony to rynek jest zupełny (pokazano w istocie, że każda całkowalna zmienna losowa jest replikowalna). Głównym wynikiem pracy jest twierdzenie 4.3, które mówi, że jeżeli miara Levy'ego ma niezerowy tzw. punkt koncentracji, to rynek jest niezupełny. Jest to bardzo ważny wynik obejmujący szeroką klasę modeli (każda miara Lévy'ego z gęstością ma niezerowy punkt koncentracji). Z rezultatów [BZ1] wynika także, że jednoznaczność miary martyngałowej nie jest równoważna zupełności. Z kolei w pracy [B2] badany jest podobny model do modelu z pracy [BZ1] przy ogólnej mierze fizycznej niebędącej miarą martyngałową. Po sprawdzeniu modelu (za pomocą twierdzenia Girsanowa) do przypadku modelu z miarą martyngałową okazuje się, że rozważany w podstawowym modelu proces Lévy'ego nie jest procesem Lévy'ego względem miary martyngałowej. Powoduje

to powstanie szeregu problemów technicznych i metody z pracy [BZ1] wymagają istotnej modyfikacji. Główny wynik pracy stanowi twierdzenie 4.5 będące wartościowym rozszerzeniem twierdzenia 4.3 z pracy [BZ1]. Pokazuje się w nim, że jeżeli miara Lévy'ego ma niezerowy punkt koncentracji przy mierze fizycznej, to rynek jest niezupełny.

Zagadnienie istnienia modeli bezarbitrażowych badane jest w pracach [BZ2] i [BZ3]. W [BZ2] rozważano przypadek, gdy stopa forward jest rozwiązaniem równania względem procesu Lévy'ego z liniowym współczynnikiem dyfuzji. Dzięki pracy Mortona z 1989 roku wiadomo, że takie równania z zaburzeniem losowym generowanym przez proces Wienera nie posiadają nieeksplodujących rozwiązań. W twierdzeniu 3.1 rozszerzono ten wynik na przypadek procesu Lévy'ego ze składową wienerowską lub z ujemnymi skokami. Najważniejszymi wynikami pracy są twierdzenia 3.3 i 3.4 podające ogólne kryteria (w terminach eksponenty Laplace'a procesu Lévy'ego) odpowiednio na istnienie i brak nieeksplodującego rozwiązania. Są to bardzo mocne rezultaty o trudnych technicznie dowodach. W pracy sformułowano także warunki na istnienie jednoznacznego rozwiązania. Bardzo ciekawe wyniki na temat modeli bezarbitrażowych uzyskano także w pracy [BZ3]. Wykorzystując parametryzację Musieli równanie na stopę forward sprowadzone zostało do stochastycznego cząstkowego równania różniczkowego, tzw. równania Heatha, Jarrova, Mortona i Musieli. Główne wyniki tej pracy dotyczą istnienia i jednoznaczności rozwiązań tego równania w odpowiednich przestrzeniach Hilberta. Warto podkreślić, że w odróżnieniu od pracy [BZ2], rozważany jest w niej zarówno przypadek liniowego, jak i nieliniowego współczynnika dyfuzji. Jest to bardzo ważna praca habilitanta zawierająca szereg wartościowych twierdzeń (w tym twierdzenia 3.2, 3.4, 3.7, 3.9., 5.1-5.3 i 5.5) o trudnych i oryginalnych dowodach.

Wyniki dra Barskiego dotyczące monotoniczność rynków obligacji zawarte są w pracy [B1]. Dotyczy ona rynków obligacji z możliwością bankructwa lub równoważnego mu rynku specjalnego typu instrumentów finansowych, w których wypłata zależy od skali bankructwa aktywów na które zostały wystawione. Modele takie stanowią rozszerzenia klasycznych rynków obligacji. Problem polega na znalezieniu modelu, którego wybrane charakterystyki zmieniają się monotonicznie. Habilitant wykorzystując parametryzację Musieli sprowadza zagadnienie do badania nieujemności i monotoniczności rozwiązania odpowiedniego stochastycznego cząstkowego równania różniczkowego Heatha, Jarrova, Mortona i Musieli. Główne wyniki pracy zawarte są w wartościowych twierdzeniach 4.1 i 4.2 formułujących warunki zapewniające monotoniczność rozwiązań badanych równań.

Uważam opisane powyżej wyniki za bardzo ciekawe i wartościowe. Dotyczą

one podstawowych problemów teorii stochastycznych rynków obligacji z zaburzeniami losowymi generowanymi przez proces Lévy'ego. Chciałbym podkreślić zarówno jakość wyników, jak i różnorodność metod dowodowych użytych w rozprawie. Dowody są z reguły bardzo trudne technicznie. Ich przeprowadzenie wymagało doskonałej znajomości teorii procesów, nieskończeniowymiarowej analizy stochastycznej, jak i różnorodnych metod rachunkowych. Należy zauważyć istotny wkład habilitanta w powstanie wspólnych prac. Zgodnie z oświadczeniami współautorów wynosi on 40% w pracy [BJZ], 70% w [BZ1], 60% w [BZ2] i 60% w [BZ3].

Nie mam wątpliwości, że uzyskane w przedłożonej rozprawie wyniki habilitanta stanowią ważny i trwały wkład do teorii stochastycznych modeli rynków obligacji. Podsumowując, uważam że rozprawa dra Barskiego spełnia wymogi ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom habilitacyjnym w zakresie nauk matematycznych.

2. Ocena pozostałego dorobku naukowego

Habilitant jest autorem 8 samodzielnych prac, które nie zostały włączone do rozprawy habilitacyjnej, w tym opublikowanych w *Statistics and Risk Modelling* (jedna praca), *Stochastic Analysis and Applications* (jedna praca), *Mathematical Methods of Operation Research* (jedna praca) i *Applicationes Mathematicae* (cztery prace). Tematyką pięciu prac [QH1-5] jest zagadnienie minimalizacji ryzyka związanego z tzw. zabezpieczeniem kwantylowym. Pierwsze prace [QH4-5] stanowią podstawę doktoratu obronionego (z wyróżnieniem) w 2005 roku. Tematyka ta została pogłębiona w kolejnych pracach [QH1-3]. Wszystkie prace z tej grupy zawierają wartościowe wyniki i są na dobrym poziomie matematycznym. Wartościowe są także prace [AsPr] i [APPR] dotyczące odpowiednio zagadnienia wyceny opcji w przypadku, gdy liczba akcji będących w obrocie rośnie do nieskończoności i aproksymacji numerycznych rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych względem procesu Lévy'ego. Należy też dodać, że dr Barski jest współautorem książki (drugim współautorem jest prof. J. Zabczyk) „Bond markets with Lévy factors”, która będzie wydana w prestiżowej serii *Cambridge Tracts in Mathematics*. Prace dra Barskiego zarówno należące do pozostałego dorobku jak i też z rozprawy habilitacyjnej nie są często cytowane. Baza MathSciNet aktualnie informuje o 9 cytowaniach przez 9 autorów, baza Web of Science o 8 cytowaniach. Zasadniczym tego powodem jest według mnie fakt, iż najważniejsze prace habilitanta zostały opublikowane w ostatnich latach.

Dr Barski aktywnie uczestniczył w licznych konferencjach i kilkakrotnie wygłaszał wykłady zaproszone, w tym w trakcie *8-th Summer School in Stochastic Finance* w Nafplio, (Grecja, 4-8 lipca 2011 r.), *Stochastic Analysis, Lévy processes and (B)SDEs* w Innsbrucku (Austria, 3-7 października 2011 r.), *Koolloquium* at Leibnitz University w Hannoverze (Niemcy, 27 stycznia 2012 r.), *The se-*

cond NIMS Summer School in Probability w Daejeon (Korea Południowa, 18-29 czerwca 2012), *Stochastic Analysis and Stochastic Finance Seminar - Humboldt University* w Berlinie (25 października 2012), *Seminar on Stochastic Analysis - TU w Dreźnie* (Niemcy, 20 grudnia 2012 r.), *Conference on Current Topics in Mathematica Finance* w Wiedniu (Austria, 18-19 kwietnia 2013 r.) i *German=Polish Joint Conference on Probability and Mathematical Statistics* w Toruniu (6-9 czerwca 2013 r.). Przebywał w Munich University of Technology, Institute for Advanced Study (Niemcy, 2 tygodnie w marcu 2010 r.) i Faculty of Science, University of Sydney (Australia, 2 tygodnie w grudniu 2013 r.). Był wykonawcą w grantach kierowanych przez NCN i MNiSW kierowanych przez Sz. Peszata (2010 r. - 2014 r.), J. Zabczyka (2006 r. - 2008 r.) i M. Rutkowskiego (2002 r. - 2004 r.).

Opisany powyżej pozostały dorobek naukowy stanowi niewątpliwie zauważalny wkład dra Barskiego do teorii stochastycznych modeli rynków finansowych i spełnia kryteria stawiane w przewodach habilitacyjnych.

3. Konkluzja

Uważam, że rozprawa habilitacyjna jak i dorobek naukowy dra Michała Barskiego spełniają zwyczajowe i ustawowe wymagania i wnoszę o dopuszczenie habilitanta do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

