dr hab. Robert Stańczy
Zakład Równań Różniczkowych
Instytut Matematyczny, Uniwersytet Wrocławski
adres: pl. Grunwaldzki 2/4, 50–384 Wrocław
tel. 71 375 74 13, fax 71 375 74 29
e-mail: Robert.Stanczy@math.uni.wroc.pl

Wrocław, 16 marca 2015 r.

**Opinia o dorobku naukowym doktora Tomasza Cieślaka
w związku z postępowaniem habilitacyjnym w IMPAN**

Tomasz Cieślak urodził się w 1980 roku w Białymstoku. Studiował matematykę na Uniwersytecie Warszawskim, gdzie uzyskał magisterium za pracę "Modele chemotaksji w uzwględnieniem efektu przegęszczenia" w 2004 roku. Uzyskał stopień naukowy doktora nauk matematycznych w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk w 2008 roku pod kierunkiem prof. Dariusza Wrzoska z Uniwersytetu Warszawskiego. Od 2011 roku pracuje jako adiunkt w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk.

Wniosek doktora Tomasza Cieślaka o wszczęcie przewodu habilitacyjnego przez Radę Naukową Instytutu Matematycznego Polskiej Akademii Nauk jako osiągnięcie naukowe określa "Wybuchy rozwiązań w pełni parabolicznego układu Keller-Segela" przedstawione w serii pięciu publikacji, z których cztery są współautorskie przy równym 50% udziale habilitanta zapewnionym zarówno przez oświadczenia współpracowników oraz Kandydata. Cytowania podaję poniżej zgodnie z bazą Web of Science wg zaktualizowanych danych z dnia 16 marca 2015 r.

[TM] T. Cieślak, *Trudinger-Moser type inequality for radially symmetric functions in a ring and applications to Keller–Segel in a ring*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - B **18** (2013), 2505–2512

[CL] T. Cieślak, Ph. Laurençot, *Finite time blow–up for a one–dimensional quasilinear parabolic–parabolic chemotaxis system*, Annales de l'Institut Henri Poincaré Analyse Non Linéaire **27** (2010), 437–446, 19 cytowań

[CS1] T. Cieślak, C. Stinner, *Finite–time blowup and global-in-time unbounded solutions to a parabolic-parabolic quasilinear Keller–Segel system in higher dimensions*, Journal of Differential Equations **252** (2012), 5832–5851, 21 cytowań

[CS2] T. Cieślak, C. Stinner, *Finite–time blowup in a supercritical quasilinear parabolic–parabolic Keller–Segel system in dimension 2*, Acta Applicandae Mathematicae **129** (2014), 135–146, 5 cytowań

[CS3] T. Cieślak, C. Stinner, *New critical exponents in a fully parabolic quasilinear Keller–Segel system and applications to volume filling models*, Journal of Differential Equations **258** (2015) 2080–2113

Prace dotyczą zagadnienia możliwości przedłużania rozwiązań lokalnych dla opisującego zjawisko chemotaksji modelowanej przez układ typu Keller–Segela dwóch równań parabolicznych

$$u_t = \nabla \cdot (\phi(u)\nabla u - \psi(u)\nabla v)\,, \;\; \varepsilon v_t = \Delta v - v + u\,,$$

gdzie funkcja u oznacza gęstość komórek, zaś v gęstość substancji przez nie wydzielanej. Funkcje u i v spełniają dodatkowo warunek Neumanna na brzegu rozpatrywanego zbioru ograniczonego, w którym są określone. Istnienie wybuchów rozwiązań zależy od zachowania ilorazu $\psi(u)/\phi(u)$ względem $u^{2/n}$ w nieskończoności, gdzie współczynnik ϕ odpowiedzialny jest za dyfuzję zaś ψ odpowiada w zagadnieniu za transport, natomiast n jest wymiarem dziedziny funkcji u i v. Rozróżnienie przypadków wybuchu w skończonym lub nieskończonym czasie wymaga dodatkowej analizy asymptotyki współczynników, natomiast ten sam wykładnik krytyczny $2/n$ pojawia się tym razem w odniesieniu do ilorazu $\psi(u)/(\phi(u))^2$ w nieskończoności. W pewnych przypadkach o wybuchach rozwiązań dodatkowo decyduje parametr masy, czyli całki z funkcji u oraz pewne relacje między danymi początkowymi. Kluczową rolę w powyższych rozważaniach odgrywa funkcjonał Lapunowa postaci

$$2F(u,v) = \|\nabla v\|_2^2 + \|v\|_2^2 - 2\int_\Omega uv + 2\int_\Omega G(u),$$

gdzie funkcja G związana jest ze współczynnikami ϕ i ψ relacją implikującą równość

$$\psi(u)G''(u) = \phi(u)\,.$$

Rozpatrywane przypadki jedno-, dwu- oraz więcej wymiarowe pokazują zależność uzyskanych wyników od n, wymiaru dziedziny funkcji u i v. Kluczowy warunek na wzrost funkcji ϕ oraz ψ w odniesieniu do funkcji G oznacza krytyczny wzrost w nieskończoności rzędu $u^{2-2/n}$. Wyniki doktora Tomasza Cieślaka i jego wkład w rozróżnienie między wybuchem w skończonym i nieskończonym czasie oraz poszukiwania nowego krytycznego wykładnika innego niż $2 - 2/n$ były przełomowe. Trudne dowody twierdzeń pokazywały nie tylko duże techniczne zdolności Kandydata, poparte oczytaniem i erudycją, ale także cechowały się oryginalnością i pomysłowością zastosowanych rozwiązań. W pracach wykorzystano liczne nierówności i oszacowania analityczne oraz metody zapożyczone z układów dynamicznych, a także metody entropijne.

Warto wspomnieć, że metody entropijne dla równań różniczkowych cząstkowych znalazły zastosowanie w rozwiązaniu trudnych zagadnień m.in. przez nagrodzonych w ostatnim czasie medalem Fieldsa takich matematyków jak C. Villani czy G. Perelman.

Baza Web of Science odnotowuje na dzień 16 marca 2015 roku 13 prac Kandydata, które uzyskały 125 cytowań, z czego tylko 17 to autocytowania, przy czym indeks Hirscha wyniósł 7. Z pewnością świadczy to o uznaniu prac Tomasza Cieślaka przez środowisko naukowe z dziedziny równań różniczkowych, szczególnie prac [CS1] z Journal of Differential Equations z Christianem Stinnerem oraz [CL] z Annales de l'Institut Henri Poincaré Analyse Non Linéaire z Philippem Laurençot. Z pewnością najnowsza praca [CS3] z Christiannem Stinnerem z Journal of Differential Equations doczeka się także wielu cytowań, pozostaje to jedynie kwestią czasu. Prace cytowane są przez znanych matematyków takich jak: M. Winkler, Ph. Soupplet, V. Calvez czy L. Corrias. Nad zagadnieniami związanymi z modelem Keller-Segela i jego uogólnieniami pracują od lat tak cenieni naukowcy jak: A. Blanchet, J. Carillo, E. Carlen, J. Dolbeault, A. Figalli, D. Horstman, Ph. Laurençot, T. Nagai, Y. Sugiyama, T. Suzuki, a z polskiego środowiska: P. Biler, G. Karch oraz D. Wrzosek. Wg załączonej listy publikacji oraz wg bazy MathSciNet (147 cytowań przez 83 autorów) Tomasz Cieślak jest autorem 17 publikacji. Większość prac została opublikowana w dobrych, renomowanych czasopismach o zasięgu międzynarodowym, wysoko cenionych przez środowisko z równań różczniczkowych cząstkowych. Kandydat jest także autorem dwóch współautorskich preprintów: jednego wspólnego z G. Jamrozem oraz preprintu powstałego wspólnie z grupą z Wrocławia: P. Bilerem, G. Karchem oraz J. Zienkiewiczem. Można się o tym przekonać na podstawie bazy preprintów ArXiv.

Praca [**TM**] dotyczy nowej wersji nierówności Trudingera–Mosera w pierścieniu Ω

$$\ln \int_\Omega e^f \leq \varepsilon \|\nabla f\|_2^2 + D\|f\|_1 + C$$

gdzie stała $C = C(\varepsilon, r, R)$ rośnie do nieskończoności, gdy r lub ε zbiega do zera. Powyższa nierówność pozwala na oszacowanie od dołu funkcjonału Lapunowa

$$2F(u,v) = \|\nabla v\|_2^2 + \|v\|_2^2 - 2\int_\Omega uv + 2\int_\Omega u \ln u$$

co umożliwia pokazanie odpowiednich oszacowań a priori rozwiązań, gwarantujących istnienie radialnych rozwiązań globalnych dla dowolnych danych początkowych. Twierdzenie o istnieniu rozwiązań globalnych zachodzi w dowolnym wymiarze poczynając od oryginalnej wersji dla $n = 2$, uogólnionym na przypadek $n \geq 3$ zgodnie z sugestią recenzenta. Wyniki mimo, że zgodne z oczekiwaniem usunięcia osobliwości w zerze, wymagały odpowiedniego analitycznego rzemiosła w zakresie oszacowań a priorycznych. Pomysł na zastosowanie nierówności Trudingera–Mosera do modelu chemotaksji pochodzi z wcześniejszych prac, m.in. z pracy "Application of the Trudinger-Moser inequality to a parabolic system of chemotaxis" autorstwa T. Nagai, T. Senba, K. Yoshida z 1997, która ukazała się w *Funkcialaj Ekvacioj*.

W pracy [**CL**] rozważano jednowymiarowy model chemotaksji. Tomasz Cieślak we współpracy z Philippem Laurençot uzyskał wybuch rozwiązań dzięki zastosowaniu zmodyfikowanej metody momentów przy kluczowym założeniu wygaszania współczynnika dyfuzji $\phi(u) \leq C(1+u)^{-p}$, dla $p \in (1,2]$ oraz odpowiednio dużej wartości średniej danych początkowych u_0 w L^1, przy małej wartości v_0 w H_0^1. Metoda wymagała oszacowań funkcjonału Lapunowa oraz użycia metody tożsamości wirialnych dla scałkowanej gęstości u. Kandydat wykazał się wysokimi umiejętnościami technicznymi w rozwiązaniu nietrywialnego zagadnienia, przełomowego dla dowodzenia wybuchów w kwaziliniowych zagadnieniach chemotaksji typu Keller–Segela dla $n = 1$.

W pracy[**CS1**] opublikowanej z Christianem Stinnerem w Acta Applicandae Mathematicae w 2014 roku dotyczy przeniesienia wyników z kluczowej dla rozwoju tematyki pracy Michaela Winklera z Journal de Mathématiques Pures et Appliqués z 2013 r. z przypadku wymiaru $n \geq 3$ na przypadek $n = 2$ przy założeniu superliniowości współczynnika chemowrażliwości ψ odpowiedzialnego za transport komórek oraz założeniu wzrostu (1.5) na funkcję $H'(s) = s\phi(s)/\psi(s)$: $\ln(s)H(s) \leq bs$ dla $s \geq s_0$, który implikuje warunek $G(s) \leq as\ln(\ln(s))$ mocniejszy niż postulowane (1.4). Metoda dowodu wybuchu rozwiązań jest analogiczna do przypadku trójwymiarowego z tą różnicą, że w oszacowaniu na gradient funkcji v w L^2, będącego przedmiotem Lematu 2.4 dowód wymaga adaptacji do przypadku dwuwymiarowego metody z innej pracy. Kluczowe trudności związane są z osobliwością w zerze funkcji r^{1-n} niecałkowalnej zarówno w dwu-, jak i trójwymiarowym przypadku w otoczeniu zera, ale nie wspartej w wymiarze dwa przez odpowiednio szybko znikający w zerze czynnik. Autor wykorzystuje znane oszacowanie na funkcję H z innej pracy Winklera w połączeniu, między innymi z nierównością Younga i twierdzeniem Fubiniego. Ponadto w przypadku braku podparcia na ψ pokazano istnienie rozwiązań globalnych, zaś przy dodatkowym założeniu istnienie rozwiązań wybuchających w nieskończonym czasie.

Praca [**CS2**] dotyczy kwaziliniowego układu Keller–Segela w wymiarze trzy lub wyższym. Metoda Winklera znana w przypadku semiliniowym i zaadaptowana początkowo przez Autorów do przypadku dwuwymiarowego, tym razem została zastosowana do przypadku wyższych wymiarów. Głównym atutem tej pracy jest rozróżnienie między przypadkiem wybuchu rozwiązań w skończonym i nieskończonym czasie. W pracy wykorzystano specjalny podzbiór rozwiązań radialnych z ograniczeniem na normy warunków początkowych oraz na wartości funkcji Lapunowa F danej standardowym wzorem przytoczonym we wstępie tej opinii. Wyniki tej pracy zostały uogólnione w kolejnej pracy opublikowanej trzy lata później także współautorsko z Christianem Stinnerem w [**CS3**] w tym samym czasopiśmie.

Najbadziej kompletną, przeglądową i dojrzałą pracę stanowi [**CS3**], która w 2015 roku została opublikowana w czasopiśmie Journal of Differential Equations. Wniosek 1.4 z pracy [**CS3**] może być podsumowany, przy uwzględnieniu także wyników Michaela Winklera, dla potęgowych współczynników $\phi(u) = (u+1)^{-p}$ oraz $\psi(u) = u(u+1)^{q-1}$, w zakresie globalnego istnienia oraz wybuchów rozwiązań kwaziliniowego zagadnienia Keller-Segela, w postaci następującej tabeli w zależności od wartości parametrów p i q z dziedziną w wymiarze $n \geq 2$ (przypadek $n = 2$ wymaga pewnych modyfikacji):

$q < 0$:	$\to$	$p = 2/n - q$	$\nearrow$ [**Tw. 1.3**]	$p = 2/n - 2q$		$p = 0$
$0 \leq q < 2/n$:	$\to$	$p = 2/n - 2q$	$\to$	$p = 2/n - q$	$\nearrow$ lub $\uparrow$	$p = 0$
$2/n < q < 1$:	$\to$	$p = 2/n - 2q$	$\to$	$p = 2/n - q$	$\uparrow$ [**Tw. 1.1**]	$p = 0$
$1 \leq q$:	$\to$	$p = 2/n - 2q$	$\to$	$p = 2/n - q$	$\uparrow$ [**Tw 1.1.**]	$p = 0$ $\uparrow$

gdzie symbol $\to$ oznacza istnienie jednoznacznego rozwiązania globalnego i ograniczonego, podczas gdy pozostałe symbole $\nearrow$ oraz odpowiednio $\uparrow$ dopuszczają istnienie rozwiązań wybuchających w nieskończonym bądź odpowiednio skończonym czasie. Wyniki są oryginalne i rozstrzygają nietrywialną kwestię rozróżnienia między wybuchem w skończonym, a nieskończonym czasie w normie L^∞ nie rozstrzygniętej przez pracę M. Winklera i Y. Tao z Journal of Differential Equations z 2012 roku, w której rozróżniono jedynie przypadki globalnych ograniczonych rozwiązań oraz niesprecyzowanych co do czasu wybuchów rozwiązań w zależności od wartości $p+q$ względem krytycznego wykładnika $2/n$. Jeśli chodzi o współczynnik p to do wspomnianego krytycznego $2/n - q$ (ograniczoność vs wybuch) dochodzi $2/n - 2q$, który rozdziela zjawisko globalności od lokalności rozwiązań. Moja jedyna uwaga krytyczna dotyczy sformułowania założeń w Tw. 1.1 oraz Tw. 1.3 – ze względu na relację $uG''(u) = H'(u)$ oraz w konsekwencji $H(u) = uG'(u) - G(u) + C$ z zależną od G i H stałą $C > 0$, założenie (1.5) implikuje zbędne założenie (1.4), zaś w dwuwymiarowym przypadku nierówność $\ln(u)H(u) \leq bu$ implikuje $G(u) \leq au\ln(\ln(u))$ bardziej restryktywne niż, zbędne w tej sytuacji, założenie $G(u) \leq a(\ln(u))^{\mu}$, z $\mu \in (0,1)$ oraz $s \geq s_0 > 1$. Oczywiście nie wpływa to na poprawność interesujących twierdzeń i moja uwaga ma jedynie redakcyjny charakter, choć odnosi się także do prac [**CS1**] oraz [**CS2**]. Warto wspomnieć, że w Tw. 1.1 założenie (1.5), a w konswekwencji (1.4), wespół z (1.9) implikują podparcie na $\psi(u)$ z dołu rzędu u^{α} z $\alpha > 2/n$. Ponadto we wniosku 1.2 przy potęgowych współczynnikach o ile (1.4) oznacza $p+q > 2/n$, o tyle (1.9) pociąga za sobą $p \leq 0$. Z kolei w Tw. 1.3 warunek (1.11) wraz z (1.5) zapewnia oszacowanie na wzrost $bu^{2-(p+q)} \leq G(u) \leq au^{2-\alpha}$ z $p + q \geq \alpha > 2/n$. Stąd też jedynie dla $q < 0$ mamy do czenienia z wybuchem w nieskończonym czasie dla $p \in (2/n - q, 2/n - 2q)$.

Spośród pozostałych przedstawionych prac na szczególną uwagę, oprócz prac powstałych wokół tematyki doktoratu, związanej z paraboliczno–eliptyczną wersją zagadnienia chemotaksji, zaś w dowodzie wykorzystującą zmodyfikowaną metodę de Giorgi, zasługuje ostatnia praca z Journal of Functional Analysis opublikowana z M. Szumańską oraz najnowszy preprint we współpracy z G. Jamrozem. Dotyczą one bowiem zgoła odmiennych zagadnień od tematyki rozważanej w ramach wspomnianego osiągnięcia naukowego czy doktoratu oraz magisterium. W pracach tych Kandydat rozważa równania Eulera oraz Huntera–Saxtona. Widoczny jest wpływ Camillo De Lellisa z Zurychu owocujący publikacją Kandydata z zakresu hydrodynamiki, w której dowód głównego wyniku upraszcza dowód pochodzący od Terence'a Tao. Nie tylko odmienność zagadnień, ale i wykorzystanie metod z geometrycznej teorii miary czy też analizy funkcjonalnej dostosowanej do zagadnień eliptycznych oraz hiperbolicznych, pokazuje owocność szeroko zakrojonych poszukiwań naukowych świadczących o szerokich horyzontach naukowych Kandydata.

Autoreferat napisany jest przejrzyście, czyta się go z przyjemnością. Kandydat umiejętnie umiejscawia swoje wyniki na tle wcześniej uzyskanych, znanych rezultatów dotyczących modelu chemotaksji. Nieliczne sformułowania wydają mi się jednak niefortunne – można by rozważyć ich zastąpienie bardziej wg mnie trafnymi zwrotami, np.: "człon"–"wyraz", "apendiks"–"dodatek", "o posmaku"–"w duchu", "potrzebował wiedzieć" – "potrzebne stwierdzenie", "fałszywe założenie"–"nieprawdziwe przypuszczenie", "kształt Delty Diraca"–"kształt wykresu funkcji aproksymujących deltę Diraca", "ściągnąć pokarm"–"pobrać pokarm", "ma opowiedni zanik"–"charakteryzuje się znikaniem", "mniejszych założeniach"–"słabszych założeniach", "Struwego"–"Struwe", "chytrej"–"pomysłowej", "podążamy za ideami"–"postępujemy analogicznie", "podrasowujemy"–"poprawiamy", "doprowadzić rzecz do końca"–"zakończyć dowód".

Wielokrotnie miałem okazję uczestniczyć w referatach Tomasza Cieślaka we Wrocławiu, Będlewie i Łodzi. Zawsze były to referaty pełne zaangażowania, nie pozostawiające słuchacza obojętnym. W prosty i intuicyjny sposób Kandydat przedstawiał najważniejszcze idee dowodów, nie stroniąc bynajmniej od prezentacji trudności. Uczestniczył także w wielu dyskusjach, dzieląc się swoją szeroką wiedzą oraz zagadnieniami, które stanowiły wyzwania naukowe. Jego umiejętności prezentacji oraz merytoryczna wiedza zostały docenione i zaowocowały wieloma zaproszeniami do wygłoszenia referatu na seminariach i konferencjach. Wyjazdy na konferencje oraz staże zagraniczne do ośrodków w: Tuluzie, Pradze, Zurychu, Barcelonie, Kilonii, Petersburgu, Duisburgu, Essen, Madrycie, Trieście, Sewilli, Odense, Paderbornie oraz współpraca naukowa z: Dariuszem Wrzoskiem, Philippem Laurençot, Camillo De Lellisem, Michaelem Winklerem, Piotrem Bilerem, Grzegorzem Karchem czy też Christianem Stinnerem dają solidną podstawę do przypuszczeń o dalszym dynamicznym rozwoju Kandydata wraz z możliwością zbudowania silnej, własnej grupy naukowej. Tym bardziej, że już w tej chwili współpracuje z kilkoma młodszymi stażem naukowcami z warszawskiego ośrodka, a także współorganizuje seminaria. Doktor Tomasz Cieślak zaangażowany jest także w pracę recenzenta dla licznych czasopism w tym dla: Nonlinearity, JDE, DCDS-B, AIHP, ZAMP, NATMA, JMAA, MMAS, TMNA, BCP czy CPAA.

Reasumując Tomasz Cieślak zajmował się trudnymi zagadnieniami w dynamicznie rozwijającej się dziedzinie, które przez długi czas nie były rozwiązane mimo zaangażowania się wielu dobrych matematyków, uzyskując przełomowe wyniki, co zostało dostrzeżone i docenione przez społeczność. W swej działalności naukowej podejmuje także zagadnienia z nowej tematyki badań, pociągając za sobą młodych ludzi i co ważne uzyskując na to potrzebne środki. Nie tylko jego praca naukowa, ale także popularyzatorska zasługuje na wyróżnienie. Miejmy nadzieję, że nie tylko jego naukowy potencjał, ale także dydaktyczny zostanie w przyszłości należycie wykorzystany.

Konkluzja. W mojej opinii, prace przedstawione jako osiągnięcie naukowe oraz pozostały dorobek naukowy doktora Tomasza Cieślaka z naddatkiem spełniają wymogi stawiane obecnie przez Ustawę o tytule naukowym i stopniach naukowych. Co więcej Kandydat w pełni zasługuje na uzyskanie prawa i obowiązku do kierowania badaniami naukowymi oraz rozwojem młodej kadry naukowej. Dlatego też zdecydowanie będę popierał wniosek o nadanie Tomaszowi Cieślakowi stopnia doktora habilitowanego.