

In dieser Fassung ist aber (wie mich Herr Z. W. Birnbaum aufmerksam machte) dieses Resultat bekannt; die Operation

$$(3) \quad U(x) = \int_0^1 K(t, s) f(s) ds \quad (x \equiv f(t))$$

ist nämlich unter der Voraussetzung der Existenz des Integrals

$\int_0^1 \int_0^1 K^2(t, s) f(s) dt ds$ vollstetig. Wir wollen daher darauf hinweisen, daß die Gleichung (3) im betrachteten Raume dann und nur dann ein lineares Funktional mit einer Norm ≤ 1 definiert, wenn für jeden Punkt dieses Raumes $x \equiv f(t)$ die Relation

$$(4) \quad \int_0^1 \left(\int_0^1 K(t, s) f(s) ds \right)^2 dt \leq \int_0^1 f^2(t) dt$$

stattfindet. Nach meinem Satz haben also die Gleichungen (1) und (2) die gleiche Anzahl linear unabhängiger Lösungen auch dann, wenn bloß die Ungleichung (4) stets erfüllt ist. Wenn aber die Funktion $K(t, s)$ der letztgenannten Bedingung genügt, so muß sie nicht quadratisch integrierbar sein. Ein Beispiel dafür bietet die folgende Funktion:

$$K(t, s) = \begin{cases} 2^n & \text{für } 1 - \frac{1}{2^{n-1}} < t, s < 1 - \frac{1}{2^n}, \\ 0 & \text{„ alle anderen } t, s. \end{cases}$$

(Reçu par la Rédaction le 16. 10. 1930).

Bemerkung zu der Arbeit „Über einige Eigenschaften der lakunären trigonometrischen Reihen“

von

S. BANACH (Lwów).

Bei der Drucklegung meiner oben zitierten Arbeit (Stud. Math. 2 (1930) p. 207—220) haben sich einige Fehler eingeschlichen. Die Sätze a. bzw. b. (p. 208 bzw. 209) sollen nämlich statt des angeführten offenbar den folgenden Wortlaut haben:

Satz a. *Es gibt eine gegen Null konvergente Folge positiver Zahlen $\{\varepsilon_n\}$ und eine stetige Funktion $x(t)$ derart, daß die Reihe*

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n|^{2-\varepsilon_n} + |b_n|^{2-\varepsilon_n}),$$

wo a_n, b_n ($n=1, 2, \dots$) die Fourierkoeffizienten der Funktion $x(t)$ sind, divergent ist.

Satz b. *Es gibt eine gegen $+\infty$ divergente Folge positiver Zahlen $\{\lambda_n\}$ und eine integrierbare Funktion $x(t)$ derart, daß die Reihe*

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n|^{\lambda_n} + |b_n|^{\lambda_n}),$$

wo a_n, b_n ($n=1, 2, \dots$) die Fourierkoeffizienten der Funktion $x(t)$ sind, divergiert.

Im Zusammenhang mit dem letzten Satz bemerken wir, daß schon Herr W. Orlicz die Existenz einer integrierbaren Funktion bewiesen hat, für welche die Reihe der λ -ten Potenzen ihrer Fourierkoeffizienten bei jedem konstanten λ divergiert (Beiträge zur Theorie der Orthogonalentwicklungen, Stud. Math. 1 (1929) p. 1—41, insb. p. 30).

(Reçu par la Rédaction le 18. 12. 1930).