

P R O B L È M E S

P 44, R 2. La réponse est négative ⁽¹⁾.

I. 3, p. 242.

⁽¹⁾ S. Kinoshita, *A solution of a problem of B. Sikorski*, Fundamenta Mathematicae 40 (1953), p. 39-41.

P 46, R 1. La réponse est négative ⁽²⁾.

I. 3, p. 242.

⁽²⁾ R. H. Bing, *The cartesian product of a certain nonmanifold and a line in E^4* , Bulletin of the American Mathematical Society 64 (1958), p. 82-84.

P 47, R 3. Pour les régions convexes, la solution complète a été donnée par Sawyer ⁽³⁾ et par Schäffer ⁽⁴⁾, qui ont démontré indépendamment l'un de l'autre que le minimum en question est égal à $4/3$ et que ce minimum n'est réalisé que par la région décrite dans un travail antérieur de Sawyer ⁽⁵⁾.

I. 3, p. 243 et VI, p. 329.

⁽³⁾ D. B. Sawyer, *On the covering of lattice points by convex regions, II*, The Quarterly Journal of Mathematics, Oxford Second Series 6 (1955), p. 207-212.

⁽⁴⁾ J. J. Schäffer, *Smallest lattice-points covering convex set*, Mathematische Annalen 129 (1955), p. 265-273.

⁽⁵⁾ Voir P 47, R 2, Colloquium Mathematicum 6 (1958), p. 329.

P 101, R 3. Pour $k_2(n)$, le problème a été résolu par Reiman ⁽⁶⁾, qui a démontré que

⁽⁶⁾ I. Reiman, *Über ein Problem von K. Zarankiewicz*, Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae 9 (1958), p. 269-273.

$$k_2(n) \leq \frac{1}{2}(n + n\sqrt{4n-3}) + 1,$$

l'égalité se présentant pour une infinité de valeurs de n .

II. 3-4, p. 301; R 1, V. 1, p. 116; R 2, VI, p. 329.

P 130, R 1. La réponse affirmative résulte aussitôt du théorème d'Erdős (7) que voici:

Pour tout $k \geq 3$ naturel et pour tout l suffisamment élevé, il existe un graph à propriétés suivantes: 1° le nombre de ses sommets ne surpasse pas $l^{1+1/2k}$, 2° tout circuit passe par $k+1$ sommets au moins et 3° tout ensemble de l sommets contient deux sommets unis.

III. 2, p. 162.

(7) P. Erdős, *Graph theory and probability*, Canadian Journal of Mathematics 11 (1959), p. 34-38.

P 131, R 1. La réponse affirmative résulte aussitôt du théorème cité dans la remarque qui précède.

III. 2, p. 162.

P 226, R 1. La réponse affirmative a été signalée par J. S. Lipiński: S étant la sphère de centre à l'origine et de rayon 1, l'ensemble fermé T composé de tangentes à S aux points (x, y, z) où $x < 1/2$, $y = 0$ et $z \geq 0$ et de celles aux points (x, y, z) où $x = 1/2$, $-1 < y < 1$ et $z \geq 0$ satisfait manifestement aux deux conditions requises.

V. 2, p. 235.

P 262, R 1. La réponse est négative: C. Ryll-Nardzewski fait observer que la fonction dont la série de Fourier est

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos 2^n x,$$

tout en étant au carré intégrable, n'est pas une convolution de deux fonctions intégrables identiques, et pose le même problème pour les fonctions bornées, en particulier continues.

VII. 1, p. 108.

P 282, R 1. La réponse négative a été donnée par V. T. Sós (8).

VI, p. 334.

(8) Voir V. T. Sós, *On a problem of S. Hartman about normal forms*, ce volume, p. 155-160.

P 284, R 1. D'après une remarque de P. Erdős (signalée par lettre du 4. XII. 1959), les trois derniers mots de l'énoncé du problème doivent être précédés par le mot *connexes*, omis par inadvertance.

VII.1, p. 108.

P 290, R 1. La réponse est négative déjà pour $B = A$, comme le montrent les exemples de R. Engelking et K. Sieklucki (signalés par lettre du 7. XII. 1959). Les deux exemples constituent des cas particuliers d'un théorème formulé par A. Lelek et dont la démonstration paraîtra dans une communication plus générale.

VII.1, p. 110.

M. FRÉCHET (PARIS)

P 298, 299. Formulés dans la communication *Supplément à l'article „Sur deux problèmes d'Analyse non résolus”*.

Ce fascicule, p. 204.

B. JASEK (WROCLAW)

P 300, 301. Formulés dans la communication *Über Umordnung von Reihen*.

Ce fascicule, p. 259.

F. LOONSTRA (DELFT)

P 302. A, A', B et B' étant des groupes abstraits, soient h et k des homomorphismes tels que $h(A) = A'$ et $k(B) = B'$.

Déterminer les extensions possibles G de A par B et G' de A' par B' telle qu'il existe un homomorphisme $g(G) = G'$ prolongeant h et induisant k (9).

P 303. Même problème lorsque A, A', B et B' étant des groupes topologiques, h, k et g sont des homomorphismes continus ouverts.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 424 et 425, 22. II. 1959

(9) Lorsque A et A' sont des groupes abéliens, le problème est résolu (voir F. Loonstra, *Homomorphe Abbildungen von Gruppenerweiterungen*, *Indagationes Mathematicae* 19 (1957), p. 44-54).

B. KNASTER (WROCLAW)

P 304. Soit S le tapis de Sierpiński de dimension n ⁽¹⁰⁾. Est-ce que tout sous-continu localement connexe de S en est un rétracte?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 458, 12. III. 1959.

⁽¹⁰⁾ au sens de „Universraum” de Menger (Voir K. Menger, *Dimensions-theorie*, Leipzig u. Berlin 1928, p. 314 et 315).

M. KAC (ITHACA, N. Y.)

P 305. Let $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ be linearly independent over the field of rationals and consider the positive roots of the sum

$$\sum_1^n a_k \cos \lambda_k t.$$

The average distance between these roots can be explicitly calculated. Can one calculate the *mean* square distance between zeros for $n > 2$?

P 306. For what *non-convex* sets V in the plane can one construct a function $f(x, y)$ such that

$$f(x, y) = 0 \quad \text{if} \quad (x, y) \notin V,$$

$$f(x, y) \neq 0 \quad \text{if} \quad (x, y) \in V$$

and

$$\iint_V e^{\xi(x+\eta y)} f(x, y) dx dy > 0$$

for all real ξ and η ?

New Scottish Book, Probl. 461 and 463, 9. IX. 1959.

A. KERTÉSZ (DEBRECEN)

P 307 ⁽¹¹⁾. Ist eine Gruppe notwendig komplett (d. h. ohne Zentrum und ohne nicht-innere Automorphismen), falls sie ein endomorphes Bild jeder Schreierschen Erweiterung von ihr selbst ist?

Neues Schottisches Buch, Probl. 465, 10. X. 1959.

⁽¹¹⁾ Vgl. R. Baer, *Absolute retracts in group theory*, Bulletin of the American Mathematical Society 52 (1946), p. 414.

Z. SEMADENI (POZNAŃ)

Etant donné un nombre réel s , convenons de dire qu'un espace X de Banach a la propriété P_s lorsque, pour tout espace Y de Banach tel que $X \subset Y$, il existe une opération linéaire T telle que $X = T(Y)$, $T^2 = T$ et $\|T\| \leq s$ (*projection* de Y sur X).

P 308. X ayant une propriété P_s où $s > 1$, existe-t-il toujours un espace ayant la propriété P_1 et isomorphe à X ?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 466, 10. X. 1959.

A. PEŁCZYŃSKI (VARSOVIE)

P 309. X étant l'espace de toutes les fonctions réelles bornées $x(t)$ où $0 \leq t \leq 1$, normé par $\|x\| = \sup_{0 \leq t \leq 1} |x(t)|$, existe-t-il une opération projective T (c'est-à-dire linéaire et telle que $T^2 = T$) et pour laquelle $T(X)$ est le sous-espace de X composé de toutes les fonctions $x \in X$ dont chacune ne diffère de zéro que pour un ensemble au plus dénombrable de valeurs de t ?

Nouveau Livre Écossais, Probl. 467, 10. X. 1959.

P. ERDŐS (BUDAPEST)

P 310. Let $f(x+y) = f(x) + f(y)$ hold, except for a set (x, y) of plane measure 0. Is it true that $f(x) = h(x)$ almost everywhere for a certain function $h(x)$ satisfying $h(x+y) = h(x) + h(y)$ for every x and y ?

P 311. Let z_n ($n = 1, 2, \dots$) be an arbitrary sequence of complex numbers with $|z_n| = 1$. Put

$$A_n = \max_{|z|=1} \prod_{i=1}^n |z - z_i|.$$

Is it true that $\lim_n A_n = \infty$?

New Scottish Book, Probl. 468 and 469, 2. XI. 1959.