# C O M P T E S R E N D U S

## SOCIÉTÉ POLONAISE DE MATHÉMATIQUE

#### SECTION DE CRACOVIE

- 28. IX. 1954. T. Szarski, Inégalités différentielles et leurs applications.
- 12. X. 1954. T. Szarski, Le livre de I. G. Petrovsky "Équations différentielles partielles".
- 12. X. 1954. A. Pliś, Le livre de V. V. Stepanoff et V. V. Niemytzki "Théorie descriptive des équations différentielles".
- 12. X. 1954. T. Górski, Les travaux de S. N. Mergelian sw l'approximation.
- 2. XI. 1954. T. Ważewski, Remarques au sujet du Congrès International des Mathématiciens à Amsterdam, 2-9 septembre 1954.
- 14. XII. 1954. V. Jarník (Prague), Sur les approximations diophantiques linéaires.
- 21. XII. 1954. M. Haimovici (Cluj), Sur l'intégration géométrique des systèmes de Pfaff.
- 15. III. 1955. A. Bielecki (Lublin), L'application de la méthode des approximations successives aux équations différentielles partielles d'ordre  $I^{er}$ .
- 22. III. 1955. H. Lewandowska (Varsovie), Sur la solution fondamentale des équations paraboliques.
- 22. III. 1955. M. Krzyżański, Sur la solution fondamentale de l'équation aux dérivées partielles du type parabolique (voir Annali di Matematica Pura ed Applicata 40(1955), p. 89-97).
- 3. V. 1955. F. Leja, Distributions libres et restreintes des points extrémaux dans les ensembles plans (voir Annales Polonici Mathematici 3 (1956), p. 147-156).
- 10. V. 1955. M. Biernacki (Lublin), Sur quelques propriétés des fonctions de distances, II (voir Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, Series A, 8 (1956), p. 81-88).

- 17. V. 1955. L. Dubikajtis (Toruń), Sur les partages du triangle, ce fascicule, p. 219-223.
- 25. V. 1955. M. Warmus (Wrocław), Calculus of approximations (voir le Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III. 4 (1956), p. 253-259).
- 26. V. 1955. S. Jaśkowski (Toruń), Théorie de décision dans certains problèmes des mathématiques classiques.
- 1. VI. 1955. O. Borůvka (Brno), Théorie de dispersion dans les équations différentielles linéaires.
- 7. VI. 1955. O. Borůvka (Brno), Sur les transformations des intégrales des équations différentielles linéaires.
- 17. VI. 1955. W. Pogorzelski (Varsovie), Propres travaux sur les équations intégrales fortement singulières et équations différentielles de type elliptique.

#### SECTION DE GDANSK

- 15. X. 1954. K. Mosingiewicz, Considérations sur l'exactitude de l'intégration approchée des courbes de bateaux.
- 15. X. 1954. J. Blum, Revue des travaux récents des mathématiciens soviétiques.
- 27. XI. 1954. L. Dubikajtis (Toruń), Sur les modes de solution des équations vectorielles et leurs applications à la géométrie analytique.
- 29. XII. 1954. J. Blum, Sens d'un système de vecteurs, angle orienté et sa mesure.
  - 27. I. 1955. J. Soltysiak, La "taxonomie de Wrocław".
- 18. II. 1955. M. Stefaniak, Remarques sur la méthode opérationnelle de Mikusiński.
- 18. II. 1955. E. Tarnawski, Résultats de la Conférence didactique à Krynica, 11-17 février 1954.
- 2. V. 1955. W. Nowicki, Problèmes mathématique dans la t'létransmission par fil.
- 3. V. 1955. C. Norek, Le problème d'approximation à l'aide des fonctions rationnelles dans la théorie des systèmes électriques linéaires aux caractéristiques de fréquence données.
- 31. V. 1955. M. Krzyżański (Cracovie), Unicité des solutions des problèmes frontières pour les équations de type elliptique.

Quelques théorèmes sur les tornes des solutions de l'équation linéaire, compte tenu des résultats les plus récents dans ce domaine (C. Miranda,

COMPTES RENDUS

O. Oleinik). Application de ces théorèmes aux démonstrations de l'unicité des solutions des problèmes frontières.

2, VI. 1955. E. Tarnawski, Sur l'espace des fonctions satisfaisant à la condition de Dini.

Soit  $D_w$  l'espace de toutes les fonctions f(x) continues, de période 1 et satisfaisant pour tout x à la condition de Dini

$$\int_{0}^{1} \left[ |f(x+t)-f(x)|/w(t) \right] dt \leqslant 1,$$

où w(t) est une fonction continue, non-décroissante, distincte de 0 pour t > 0 et tendant à 0 pour  $t \to +0$ . La distance entre deux éléments  $f_1(x)$  et  $f_2(x)$  de l'espace  $D_w$  étant définie par la formule

$$\varrho(f_1, f_2) = \max_{0 \leq x < 1} |f_1(x) - f_2(x)|,$$

cet espace est complet.

Soit  $S \subset D_w$  l'ensemble des fonctions satisfaisant pour tout x à la condition

$$\int_0^1 [|f(x+t)-f(x)|/w_1(t)]dt = \infty,$$

les propriétés de  $w_1(t)$  étant les mêmes que celles de w(t).

Posons

$$W(t) = \int_{t}^{1} [1/w(\tau)] d\tau, \qquad W_{1}(t) = \int_{t}^{1} [1/w_{1}(\tau)] d\tau.$$

Les fonctions w(t) et  $w_1(t)$  étant alors assujetties aux conditions

$$\lim_{t \to +0} W_1(t) = \infty$$

(2). 
$$\int_{0}^{1} \left(t/w(t)\right) dt < \infty, \quad \int_{0}^{1} \left(t/w_{1}(t)\right) dt < \infty,$$

$$\lim_{t \to +0} W(t) \frac{w(t)}{t} > 1,$$

$$\overline{\lim}_{t\to +0} [w_1(2t)/w_1(t)] < \infty,$$

on montre que si

$$\lim_{t\to+0}[w_1(t)/w(t)]=0,$$

l'ensemble  $D_{w}-S$  est de I<sup>re</sup> catégorie.

L'hypothèse exprimée par les inégalités (2) est superflue lorsqu'on assujettit l'espace  $D_w$  à la condition supplémentaire

$$\lim_{t\to +0} [t^2 |\log t|^{\gamma}/w(t)] = 0 \quad \text{ pour un } \quad \gamma > 1.$$

Le théorème reste vrai en remplaçant  $D_w$  par l'espace C de toutes les fonctions continues. Il suffit alors que  $w_1(t)$  satisfasse seulement aux conditions (1) et (4). Ce cas constitue une généralisation du théorème de Kaczmarz<sup>1</sup>).

 VI. 1955. J. Zuk, Sur une suite de polynômes extrémaux dans un ensemble.

Après avoir introduit la notion d'ouverture généralisée d'un ensemble et celle de polynôme extrémal par rapport à la fonction génératrice  $|w(z,y)|=|z^2-y^2|$ , quelques théorèmes sur ces polynômes sont établis. Leurs démonstrations sont analogues, sous certaines hypothèses supplémentaires, à celles publiées par F. Leja dans son cours des fonctions analytiques et harmoniques.

- 3. VI. 1955. J. Ryterski, La fonction  $\delta$  de Dirac, ses propriétés et applications.
- 4. VI. 1955. B. Kowalczyk, Une application de la méthode de relaxation modifiée à la solution numérique des équotions intégrales de Fredholm de II genre.

La nouvelle méthode de l'auteur, nommée par lui méthode de relaxation modifiée, donne des solutions approchées des systèmes d'équations algétriques linéaires. Elle est particulièrement avantageuse dans des cas dans lesquels les termes libres du système changent de valeur à chaque itération.

Cette méthode est ensuite employée pour résoudre des équations de Fredholm de II genre

(1) 
$$\varphi(x) - \lambda \int_{a}^{b} K(x, y) \varphi(y) dy = f(x).$$

En appliquant la formule de Grégory

$$\int_{a}^{b} \psi(x) dx = \sum_{k=1}^{n} A_{k} \psi(x_{k}) + \Delta(x),$$

dans laquelle la correction de différences  $\varDelta(x)$  est une fonction des différences de  $\psi$  dans l'intervalle d'intégration  $a\leqslant x\leqslant b$ , l'équation (1) donne lieu au système de n équations linéaires à n inconnues

(2) 
$$\varphi(x_i) - \lambda \sum_{k=1}^n A_k K(x_i, x_k) \varphi(x_k) = f(x_i) + \lambda \Delta_i,$$

où i = 1, 2, ..., n. La marche à suivre est alors:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) S. Kaczmarz, Integrale vom Dinischen Typus, Studia Mathematica 3 (1951), p. 189-199.

1º de résoudre le système (2) par la méthode de relaxation modifiée en omettant les corrections des différences,

 $2^{\rm o}$  de différencier les valeurs de la fonction  $\psi$  et d'en évaluer les corrections des différences,

3° de substituer les valeurs trouvées à celles de  $\Delta_i$  dans le système (2) et de résoudre par la méthode de relaxation modifiée le système ainsi corrigé.

L'itération de 2° et 3° fournit rapidement les valeurs approchées de la fonction  $\psi$  aux points de subdivision de l'intervalle d'intégration.

4. VI. 1955. T. Michniewicz, Sur une généralisation de la méthode newtonienne de la résolution approchée des équations.

#### SECTION DE GLIWICE

- 13. X. 1954. C. Kluczny, K. Szałajko et A. Wakulicz, Sur les travaux récents des mathématiciens de l'URSS.
- 6. XI. 1954. A. Wakulicz, Les résultats de Gödel et leur rôle en arithmétique et en théorie des ensembles.
- 6. XI. 1954. A. Wakuli ez, Sur l'équation  $2^x = 5^y + 3$  (voir Mathesis 63 (1954), p. 133).
- 18. XII. 1954. A. Wakulicz, Une généralisation de la méthode de regression (en préparation pour Colloquium Mathematicum).

Solution d'un problème de Sierpiński<sup>2</sup>) sur l'équation  $x^3 + y^3 = 2z^3$ .

- 18.XII. 1954. C. Kluczny, Une application de la théorie des matrices aux systèmes des équations différentielles linéaires.
- 18. XII. 1954. A. Zawadzki, Une généralisation des projections de Monge (suite<sup>3</sup>)).
- 5. II. 1955. M. Krzyżański (Cracovie), Quelques problèmes de la théorie mathématique de la conductibilité thermique.
- 5. III. 1955. S. Drobot (Wrocław), Fondements et applications de l'analyse dimensionnelle.
- 2. IV. 1955. S. Goląb (Cracovie), Sur l'équation fonctionnelle  $f(X) \cdot f(Y) = f(X \cdot Y)^4$ ).
- 7. V. 1955. A. Czarnota, Sur certaines formules générales de sommation (suite), (voir ce volume, p. 104).
- 21. V. 1955. M. Krzyżański (Cracovie), Les méthodes classiques dans la théorie des équations aux dérivées partielles.

#### SECTION DE LUBLIN

- 8.X. 1954. K. Tatarkiewicz, Sur quelques résultats récents de la théorie des polynômes de Tchebycheff.
  - 15. X. 1954. T. Krzyż, I. I. Privaloff.
- 29. X. 1954. K. Tatarkiewicz, Sur les puissances des entiers (voir Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, Series A, 8 (1956), p. 5-23).
- 19. XI. 1954. F. Jakóbczyk, Sur une application de la fonction  $\lambda q(n)$ .
- 27. XI. 1954. L. Jeśmanowicz (Toruń), Sur les moyennes de Nørlund.
- 4. XII. 1954. W. Pogorzelski (Varsovie), Étude des équations intégrales par la méthode du point invariant (voir du même auteur Problème aux limites d'Hilbert généralisé, Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III, 2 (1954), p. 367-370, et Problème aux limites de Poincaré généralisé, ibidem 3 (1955), p. 195-198).
- 14. I. 1955. K. Tatarkiewicz, Sur un faux principe de la mécanique (à paraître dans Prace Matematyczne).
- 16. II. 1955. Z. Charzyński (Łódź), Sur les fonctions algébriques univalentes (à paraître comme fascicule 13 de "Rozprawy Matematyczne").
- 17. II. 1955. W. Janowski (Łódź), Le domaine de variation des coefficients  $a_2$  et  $a_3$  dans la famille des fonctions univalentes bornées (en préparation pour Annales Polonici Mathematici).
- 18. III. 1955. K. Tatarkiewicz, Un nouveau mode d'exposer le calcul différentiel et intégral (remarques sur le livre "Calculus—a modern approach" de K. Menger, Chicago 1953).
- 30. IV. 1955. L. Włodarski (Łódź), Sur les méthodes de sommations de Borel.
- 3. VI. 1955\*) A. Bielecki, Sur un théorème de la theorie des équations hyperboliques.
- 3. VI. 1955\*). M. Biernacki, Una généralisation du principe d'argument<sup>5</sup>).
- 3. VI. 1955\*). J. Krzyż, On the maximum modulus of univalent functions (voir le Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III. 3 (1955), p. 203-206).

<sup>2)</sup> Voir Colloquium Mathematicum 3 (1954), P 116, p. 45.

<sup>3)</sup> Voir Colloquium Mathematicum 3 (1954), p. 104.

<sup>4)</sup> Cf. Section de Wrocław, séance du 11. III. 1955, ce fascicule, p. 265.

<sup>\*) 100-</sup>ème séance de la Section de Lublin.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>) Cf. la séance de la Section de Poznań, le 27. V. 1955, ce fascicule, p. 258.

OOMPTES RENDU

- 3. VI. 1955\*). K. Tatarkiewicz, Sur une inégalité intégrale (voir Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, Series A, 7 (1953), p. 83-87).
- 4. VI. 1955. W. Jankowski (Poznań), Sur l'application du principe d'argument en algèbre.
- 4. VI. 1955. J. Kopeć (Poznań), Sur les fonctions vectorielles presque périodiques.

### SECTION DE LÓDZ

- 13. XI. 1954. L. Włodarski, Le développement de l'analyse fonctionnelle dans l'Union Soviétique.
- 22. XI. 1954. Z. Zahorska, Sur l'ensemble des points de divergence de l'intégrale de Poisson d'une fonction frontière intégrable au sens de Riemann.

Appelons riemannienne toute fonction harmonique dont la valeur frontière (après un prolongement sur le contour tout entier, s'il y a lieu) est une fonction intégrable au sens de Riemann.

THÉORÈME. Pour qu'un ensemble N soit celui de tous les points dans lesquels une fonction riemannienne, bornée à l'intérieur du cercle-unité, n'a pas de limite le long du rayon, il faut et il suffit que l'on ait

$$N=\bigcup_{k=1}^{\infty}N_k,$$

les  $N_k$  étant des  $G_\delta$  disjoints (pour  $k \neq 1$ ) et telles que  $|\overline{N}_k| = 0$  pour  $k = 1, 2, \ldots$ 

21. III. 1955. Z. Charzyński et W. Janowski, Le domaine de variabilité des coefficients  $A_2$  et  $A_3$  de fonctions univalentes bornées.

Soit  $F_M$  la famille des fonctions univalentes dans le cercle |z| < 1, de la forme  $F(z) = z + A_2 z^2 + A_3 z^3 + \ldots$  et qui satisfont, pour un M > 1, à la condition |F(z)| < M. Faisons correspondre à chaque fonction F de la famille  $F_M$  un point  $(X_2, X_3, Y_2, Y_3)$  de l'espace à 4 dimensions, où  $A_2 = X_2 + iY_2$  et  $A_3 = X_3 + iY_3$ . L'ensemble de ces points est désigné par  $V_{3,M}$  et appelé par les auteurs domaine de variabilité des coefficients  $A_2$  et  $A_3$ . D'après leur démonstration, ce domaine est un sphéroïde topologique fermé dont la surface est la fermeture de la somme de trois hypersurfaces  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  et  $\pi_3$ . La représentation par des équations paramétriques est donnée explicitement.

- 18. IV. 1955. Z. Charzyński, Théorie des fonctions analytiques univalentes, I.
- 2. V. 1955. Z. Zahorski, Une nouvelle démonstration du théorème de Kolmogoroff et Seliverstoff-Plessner.

Il s'agit du théorème d'après lequel si

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left[a_j^2 + b_j^2\right] \log j < \infty,$$

la série

$$\sum_{j=1}^{\infty} (a_j \cos jx + b_j \sin jx)$$

converge presque partout. La démonstration se déduit de l'inégalité

(1) 
$$\int_{0}^{2\pi} \max_{k=1,2,\dots,n} |s_k(x)| dx < A \sqrt{\log n},$$

οù

$$s_k(x) = a_0/2 + \sum_{j=1}^k (a_j \cos jx + b_j \sin jx).$$

La nouvelle démonstration de l'inégalité (1) et de la suivante:

(2) 
$$\int_{0}^{2\pi} \max_{k=1,2,\dots,n} |s_k(x)|^2 dx < B \log n,$$

où dans  $s_k(x)$ 

$$a_0^2 + \sum_{j=1}^{\infty} (a_j^2 + b_j^2) \leqslant 1$$
,

repose sur l'étude du maximum de la forme linéaire des coefficients  $a_i$  et  $b_i$ 

$$\int_{0}^{2\pi} \left( f_0(x) s_0(x) + f_1(x) s_1(x) + \ldots + f_n(x) s_n(x) \right) dx$$

dans la sphère

$$a_0^2 + \sum_{k=1}^n (a_k^2 + b_k^2) \leqslant 1$$
,

les fonctions  $f_0, f_1, \ldots, f_n$  étant non-négatives, constantes par intervalles et assujetties à la condition  $f_0+f_1+\ldots+f_n\leqslant 1$  ou à la suivante

$$\int_{0}^{2\pi} (f_0 + f_1 + f_2 + \ldots + f_n)^2 dx \leqslant 1.$$

13. V. 1955. Z. Charzyński. Théorie des fonctions analytiques univalentes, II.

13. V. 1955. W. Krysicki, Remarques sur la loi de Poisson.

27. V. 1955. Z. Charzyński, Théorie des fonctions analytiques univalentes, III.

<sup>\*) 100-</sup>ème séance de la Section de Lublin.

- 20. VI. 1955. L. Siewierski, Sur les fonctions algébriques univalentes dans le demi-plan.
- 27. VI. 1955. R. Zawadzki, Équation des fonctions extrémales dans la famille des fonctions algébriques univalentes et non bornées dans le cercle unitaire.
- 27. VI. 1955. T. Świątkowski, Sur Vensemble des directions singulières.

## SECTION DE POZNAÑ

- 22. IX. 1954. T. Leżański (Varsovie), Résolution approximative des équations linéaires par la méthode du gradient.
- 29. IX. 1954. T. Albrycht, Sur quelques propriétés des espaces de Marcinkiewicz-Orlicz.
- 29. IX. 1954. S. Knapowski, Sur les répartitions des nombres premiers dans les suites de nombres naturels.

Soit  $\{a_n\}$  une suite croissante de nombres naturels. En désignant par  $\pi(x,\{a_n\})$  le nombre de ses termes qui sont des nombres premiers ne dépassant pas x, quelques formules asymptotiques pour la fonction  $\pi$  sont établies comme il suit.

Considérons la fonction de Mangoldt A(n) et la fonction

$$\lambda(n) = \Lambda(n)/|\log n|.$$

Posons pour  $s = \sigma + it$ 

$$g(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A(a_n) / a_n^s \right)$$
 et  $g_1(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \lambda(a_n) / a_n^s \right)$ .

Ces séries ont la même abcisse de convergence k.

Admettons les hypothèses suivantes:

- 1. Si  $k \leq +1$  et p est un nombre premier, la présence parmi les termes de la suite  $\{a_n\}$  du nombre  $p^m$  entraîne celle du nombre p.
- 2. La fonction g(s) est méromorphe dans l'ensemble défini par la condition

$$\sigma \geqslant k - \xi/\log^{\eta}(|t| + \varepsilon)$$
 où  $\xi > 0$  et  $0 < \eta < 1$ ,

 $\xi$  et  $\eta$  étant des constantes, et elle y a un nombre fini de pôles (chacun de multiplicité 1).

3. On a  $g(s) = O(\log^{4}(|t|+3))$  dans l'ensemble défini par la condition

$$k-\xi/\log^{\eta}(|t|+3) \leqslant \sigma \leqslant k+\xi/\log^{\eta}(|t|+3)$$

à partir d'une valeur suffisamment élevée de |t|.

Lorsque k > 0, on a dans les hypothèses 1-3 la formule

$$\pi(x,\{a_n\}) = \sum_{m=1}^r R_{b_m} \sum_{n=2}^{[x]} (n^{b_m-1}/\log n) + O\left(x^k \exp\left(-\mu(\log x)^{1-\eta}\right)\right),$$

dans laquelle  $b_1, \ldots, b_r$  sont tous les pôles de la fonction g(s) situés sur la droite  $\sigma = k$  et  $R_{b_1}, \ldots, R_{b_k}$  sont les résidus correspondants. On a en particulier

$$\pi(x,\{a_n\}) \sim \frac{\Re R_k}{k} \cdot \frac{x^k}{\log x}$$
 pour  $r=1$  et  $b_1=k$ .

Lorsque k = 0, l'hypothèse 1 sur la suite  $\{a_n\}$  et les hypothèses analogues à 2 et 3 sur la fonction  $q_1(s)$  conduisent à la formule asymptotique

$$\pi(x, \{a_n\}) \sim R_0 \log x$$
 où  $R_0 = \operatorname{Res} g_1(x)$ .

On peut satisfaire aux hypothèses 2 et 3 en représentant la fonction caractéristique de la suites  $\{a_n\}$  comme une combinaison linéaire de fonctions multiplicatives  $\gamma(n)$  et en envisageant le prolongement analytique, de même que l'ordre de croissance des fonctions

$$f_{\gamma}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} (\gamma(n)/n^{s}).$$

- 16. X. 1954. A. Alexiewicz, Résultats récents des mathématiciens soviétiques dans l'analyse fonctionnelle.
- 16. X. 1954. S. Knapowski, Résultats récents des mathématiciens soviétiques dans la théorie des nombres.
- 29. X. 1954. A. Alexiewicz, Remarques didactiques sur le mode d'introduire l'équation de la courbe-enveloppe d'une famille de courbes.
- 29. X. 1954. J. Kopeć, Remarques didactiques sur le mode de déduire la formule pour l'aire d'une surface de révolution.
- 29. X. 1954. J. Kopeć, Remarques didactiques sur certaines analogies entre les formules de la géometrie analytique.
- 29. X. 1954. J. Musielak, Remarques didactiques sur le critérium de l'unicité des formes quadratiques.
- 29. X. 1954. R. Taberski, Remarques didactiques sur le critérium de Raabe et sur les séries divergentes.
- 18. XI. 1954. S. Golab (Cracovie), Quelques remarques sur la notion de gradient.

Exemple du champ scalaire continu aux dérivées partielles bornées, mais qui ne représentent pas dans tous les points le vecteur (du gradient). Théorème (dû à l'auteur et à M. Kucharzewski) qui illustre géometrique-

COMPTES RENDUS

ment la direction du gradient. Application de ce théorème pour formuler une nouvelle définition du gradient, purement géométrique et plus générale que la définition analytique. Quelques exemples illustrant le rapport entre les deux définitions.

20. XI. 1954. K. Urbanik (Wrocław), Sur les méthodes de l'analyse fonctionnelle dans la théorie des processus stochastiques stationnaires.

Remarques concernant la représentation spectrale des processus stochastiques stationnaires (sur la droite et, plus généralement, sur les groupes abeliens localement compacts), leur extrapolation et filtration.

27. XI. 1954. M. Biernacki (Lublin), Sur les coefficients de Taylor des fonctions univalentes.

8. III. 1955. J. Albrycht, Sur des généralisations des fonctions presque périodiques (à paraître dans Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Poznańskiego, en polonais).

8. III. 1955. S. Knapowski, Sur les nombres premiers représentables par certaines formes quadratiques.

Soit D un entier positif assujetti aux conditions:

- (1) on a  $D \not\equiv 3 \pmod{4}$ ,
- (2) aucun diviseur de D n'est un carré d'un nombre premier,
- (3) dans le corps  $\mathcal{R}(\sqrt{-D})$ , où  $\mathcal{R}$  est celui des nombres rationnels, tout idéal est principal.

Soit  $\pi(x, D)$  le nombre de tous les nombres premiers p ne dépassant pas x et se laissant représenter dans la forme  $u^2 + Dv^2$ . On a

$$\pi(x, D) = \frac{1}{2} \int_{x}^{x} (1/\log u) du + O\left(x \exp\left(-c_1 \sqrt{\log x}\right)\right),$$

$$\eta(x) = \sum_{\substack{p < x \\ n = x^2 + Dx^2}} \log p = \frac{1}{2} x + O\left(x \exp\left(-c_2 \sqrt{\log x}\right)\right),$$

où  $c_1$  et  $c_2$  sont des constantes positives.

Les conditions (1)-(3) sont satisfaites en particulier pour D=1 et pour D=2.

Désignons par  $\underline{\Theta}_D$  la borne inférieure des nombres a pour lesquels on a  $\eta(x)-x/2=O(x^a)$  et par  $\overline{\Theta}_D$  la borne supérieure des parties réelles des nombres qui sont des racines de la fonction  $\zeta$  suivante de Dedekind:

$$\zeta_D(s) = \sum \frac{\tau(k) - \tau(k-1)}{h(D)k^s},$$

où  $s = \sigma + it$ ,  $\sigma > 1$ ,  $\tau(k)$  est le nombre des sommets du réseau quadratique (aux côtés 1) situés à l'intérieur de l'ellipse  $u^2 + Dv^2 \leq k$  et

$$h(D) = \left\{ egin{array}{ll} 4 & ext{pour} & D=1, \ 2 & ext{pour} & D>1. \end{array} 
ight.$$

On a  $\frac{1}{2} \leqslant \overline{\theta}_D \leqslant 1$ , où  $\overline{\theta}_D = \frac{1}{2}$  entraı̂ne  $\theta_D \leqslant \overline{\theta}_D$  et  $\overline{\theta}_D > \frac{1}{2}$  entraı̂ne  $\theta_D = \overline{\theta}_D$ .

5. III. 1955. P. Szeptycki (Varsovie), Sur la théorie de Morey-Calkin des intégrales multiples du calcul des variations (à paraître dans Studia Mathematica).

22. III. 1955. J. Kopeć, Sur les fonctions presque périodiques analytiques vectorielles (à paraître dans Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Poznańskiego, en polonais).

22. III. 1955. J. Musielak et W. Orlicz, Sur les fonctionelles dans certains espaces de Saks (voir Linear functionals over the space of the functions continuous in an open interval, Studia Mathematica 15 (1956), p. 216-224).

28. III. 1955. J. Albrycht, Sur un système d'équations intégrales non linéaires (à paraître dans Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Poznańskiego, en polonais).

28. III. 1955. J. Radecki, Une propriété des fonctions linéaires (à paraître dans Wiadomości Matematyczne, en polonais).

28. III. 1955. Z. Semadeni, Sur les ensembles satisfaisant à la condition de Denjoy.

Généralisation d'un théorème de Fréchet ) aux suites  $\{F_n(x)\}$  de fonctions vectorielles dont la pseudonorme  $\|F_n(x)\|$  est, pour tout  $n=1,2,\ldots$ , non bornée dans quelque point d'un ensemble  $A_n$  satisfaisant à la condition de Denjoy par rapport à soi-même et tel que  $\overline{A}_n \cup A_m = 0$  pour n < m.

28. III. 1955. S. Knapowski, Généralisation d'un théorème de H. Bohr.

Soit  $R(\vartheta)$  le corps algébrique de degré n sur celui des nombres rationnels R. Considérons la fonction de Dedekind  $\zeta(s)$  définie pour  $s = \sigma + it$  dans le demi-plan  $\sigma > 1$  par la formule

$$\zeta(s) = \sum_{a} 1/(Na)^{s},$$

<sup>6)</sup> M, Fréchet, Quelques propriétés des ensembles abstraits. Fundamenta Mathematicae 10 (1927), p. 328-355, voir p. 341.

où a parcourt tous les idéaux du corps  $R(\vartheta)$  et Na désigne la norme de l'idéal a. On sait que  $\zeta(s) \neq 0$  pour  $\sigma \geqslant 1$ .

En désignant par p un nombre premier que leonque et par [p] l'idéal de  $R(\vartheta)$  engendré par p, on a le

Théorème. Admettons que le corps  $R(\vartheta)$  satisfait à la condition

(i) Quel que soit p premier, les facteurs premiers de la décomposition  $\lceil p \rceil = p_1^{q_1} p_2^{q_2} \dots p_r^{q_s}$  ont les mêmes normes  $Np_1 = Np_2 = \dots = Np_k$ .

Alors, quels que soient les nombres  $\omega > 0$  et  $\delta > 0$ , il existe un  $s_0 = \sigma + it_0$  tel que  $|\zeta(\sigma_0 + it_0)| < 1/\omega$  et  $1 < \sigma_0 < 1 + \delta$ .

Ce théorème est une généralisation de celui établi par II. Bohr<sup>7</sup>) pour la fonction  $\zeta(s)$  de Riemann, c'est-à-dire pour le corps  $R(\vartheta)$  du degré 1. Il est facile de montrer que tout corps  $R(\vartheta)$  du degré 2 satisfait à la condition (i).

27.IV. 1955. S. Hartman (Wrocław), Sur la divisibilité dans les groupes topologiques abéliens.

Le problème suivant est envisagé: est-ce que pour tout élément x d'un groupe abélien compact et connexe la suite  $\{x/n\}$  a le zéro parmi ses éléments d'accumulation? La solution a été trouvée par l'auteur et Ryll-Nardzewski<sup>8</sup>). Elle est affirmative. Pour les groupes sans torsion, elle équivaut à un théorème arithmétique sur les nombres rationnels.

27. IV. 1955. S. Hartman (Wrocław) et S. Knapowski, Bemerkungen über die Bruchteile von pa (à paraître dans Annales Polonici Mathematici).

3. V. 1955. M. Altman (Varsovie), A generalization of Newton's method (voir le Bulletin le l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III. 3 (1955), p. 189-194).

7 et 9. V. 1955. N. Landsberg (Dresde), Über alle Endomorphismen linearer Räume.

13. V. 1955. J. Łoś (Toruń), Sur les sommandes directs des groupes abéliens?).

27. V. 1955. M. Biernacki (Lublin), Une généralisation du principe d'argument.

Soient F(x, y) et G(x, y) deux polynômes homogènes de degrés p et q respectivement. Soient f(x, y) et g(x, y) deux autres polynômes de degrés inférieurs à p et q respectivement.

THÉORÈME. Lorsque les zéros des polynômes F et G sur la circonférence  $x^2+y^2=1$  sont simples et que, F y ayant 2p' zéros, entre deux zéros successifs de F il y a toujours un nombre impair de ceux de G, le système d'équations

$$F(x, y) + f(x, y) = 0, \quad G(x, y) + g(x, y) = 0$$

a au moins p' solutions en nombres réels.

Ce théorème se laisse généraliser aux systèmes de 2 équations à 3 inconnues; un cas particulier en est le théorème fondamental de l'algèbre.

#### SECTION DE TORUŃ

8. X. 1954. S. Jaskowski, Travaux sur les fondements des mathématiques en URSS.

8. X. 1954. L. Jeśmanowicz, Cahiers philosophiques de Marx.

11. X. 1954. L. Dubikajtis, Sur les partages du triangle (voir ce fascicule, p. 219-223).

25. X. 1954. F. Leja (Cracovie), Sur les travaux du centre mathématique de Cracovie.

8. XI. 1954. L. Dubikajtis, Sur le livre de W. Sierpiński concernant la congruence des ensembles 10).

6. XII. 1954. A. Śniatycki, Olympiade mathématique en URSS.

8. I. 1955. A. W. Mostowski (Varsovie) et E. Sąsiada, On the bases of modules over a principal ideal ring (voir le Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III, 3 (1955), p. 477 et 478).

8. I. 1955. A. Ehrenfeucht (Varsovie), Sur les espaces m-compacts.

Un espace topologique est dit  $\mathfrak{m}$ -compact, lorsque  $\mathfrak{m}\geqslant \bigstar_0$  et tout recouvrement de cet espace avec des ensembles ouverts en contient un de puissance  $\mathfrak{m}$ . Le théorème de Tychonoff sur les espaces bicompacts (c'est-à-dire dont tout recouvrement contient un recouvrement fini) ne subsiste pas pour les ensembles  $\mathfrak{m}$ -compacts.

8. I. 1955. M. Król, Sur l'ordination des produits libres.

Soient A, B et G des groupes,  $K_A$ ,  $K_B$  et K leurs commutants respectifs et  $G_0$  le commutant réciproque des groupes A et B. Si  $G = A \cdot B$  (produit libre), on a  $K = G_0 \cdot K_A \cdot K_B$ . Le diviseur normal G' du groupe G, engendré par les éléments de la forme  $aba^{-1}b^{-1}$  où  $a \in A$  et  $b \in B$ , est un groupe libre et l'ensemble de tous ses éléments de cette forme en est

<sup>7)</sup> Voir par exemple le livre de P. Turán, Eine neue Methode in der Analysis und deren Anwendungen, Budapest 1953, p. 8.

<sup>8)</sup> Voir S. Hartman et C. Ryll-Nardzewski, Zur Theorie der lokal kompakten abelschen Gruppen, ce fascicule, p. 157-188.

<sup>°)</sup> Cf. la séance du 18. III. 1955 de la Section de Torun, ce fascicule, p. 260.

<sup>10)</sup> W. Sierpiński, On the congruence of sets and their equivalence by finite decompositions, Lucknow University Studies No XX, Faculty of Sciences, 1954.

celui des générateurs libres. Tout élément g du groupe G est univoquement représentable dans la forme g = wab, où  $w \in G$ ,  $a \in A$  et  $b \in B$ . Si en outre  $g = a_1^{\alpha_1} b_1^{\beta_1} \dots a_k^{\alpha_k} b_k^{\beta_k}$ , on a  $a = a_1^{\alpha_1} \dots a_k^{\alpha_k}$  et  $b = b_1^{\beta_1} \dots b_k^{\beta_k}$ .

Si les groupes A et B sont ordonnés et l'on peut établir dans le groupe libre G' un ordre linéaire invariant par rapport aux transformations intérieures du groupe G, le produit libre  $A^*$  B se laisse ordonner en rangeant lexicographiquement ses éléments g = wab.

- 17. I. 1955. J. Łoś, Rapport du voyage de l'Hongrie.
- 18. III. 1955. J. Łoś, Sur les sommandes directs des groupes abéliens.
- 25. III. 1955. S. Jaskowski, Théorie des relations dans un modèle universel.
  - 11. V. 1955. Jan Mycielski (Wrocław), Sur les jeux infinis 11).
- 11. V. 1955. Jan Mycielski (Wrocław), Paradoxes dus à l'existence du groupe libre de rotations de la sphère 12).
- 12. V. 1955. R. Suszko (Poznań), Sur Vaddition des suites oroissantes de modèles.
- 12. V. 1955. A. Ehrenfeucht (Varsovie), Un théorème sur les invariants des groupes compacts d'homéomorphies.
- 21. V. 1955. J. Łoś, Sur les travaux du groupe d'algèbre de l'Institut Mathématique de l'Académie Polonaise des Sciences.
- 21. V. 1955. A. Mostowski (Varsovie), Remarques sur les bases normales.
- 21. V. 1955. W. Orlicz et J. Musielak (Poznań), Sur les fonctionnelles dans les espaces des fonctions continues.
- 21. V. 1955. S. Hartman (Wrocław), Sur la divisibilité dans les groupes topologiques abéliens <sup>13</sup>).
- 21. V. 1955. C. Ryll-Nardzewski (Lublin), Sur les théories élémentaires catégoriques en puissance 🎇.
- 24. V. 1955. A. Alexiewicz (Poznań), Sur les équations hyperboliques.
- 17. VI. 1955. A. Suliński, Radicaux dans des anneaux arbitraires et sommes sous-directes d'anneaux.

## SECTION DE WROCLAW

7. X. 1954. S. Paszkowski, L'école soviétique de la théorie constructive des fonctions.

- 7. X. 1954. S. Hartman, Sur le livre de B. M. Levitan "Théorie des fonctions presque périodiques".
- 7. X. 1954. A. Goetz, Sur le livre de J. M. Winogradov "Eléments de la théorie des nombres".
- 15. X. 1954. A. Zieba, Sur un problème de Steinhaus dans la théorie des jeux (en préparation pour Zastosowania Matematyki).
- 15. X. 1954. S. Zubrzycki, On the game of Banach and Mazur (voir ce fascicule, p. 227-229).
- 22. X. 1954. J. Aczél (Debrecen) et S. Zubrzycki, Sur un problème de la théorie des nombres lié à la distribution binomiale (voir Colloquium Mathematicum 4 (1955), p. 56-67).
- 22. X. 1954. S. Hartman, Quelques remarques sur le jeu de Banach et Mazur.

La marche du jeu est la suivante: deux joueurs, A et B, fixent un ensemble de points E sur le demi-axe positif, puis chacun à son tour nomme un nombre réel positif choisi à son gré, mais plus petit de celui qui vient d'être nommé par son adversaire. Le joueur A, qui commence, gagne si la somme de la série ainsi formée appartient à E; sinon, c'est le joueur B qui gagne. Le problème ouvert est s'il existe pour B une méthode de gagner lorsque l'ensemble E est de  $I^{\rm re}$  catégorie de Baire. Ce problème reste ouvert en remplaçant la  $I^{\rm re}$  catégorie par la mesure 0.

 $\Pi$  existe pourtant un ensemble de mesure 0, de  $\Pi^{\text{me}}$  catégorie et tel que A a une méthode de gagner lorsque B n'a droit de choisir que des nombres rationnels. Les nombres de Liouville constituent par exemple un ensemble de ce genre.

On peut aussi démontrer d'une façon élémentaire que B a une méthode de gagner toutes les fois que l'ensemble E satisfait à la condition suivante: tout intervalle (a,b), où a < b, contient un point c qui est le bout gauche d'un intervalle contigu à E de longueur au moins égale à c-a. Tel est par exemple l'ensemble parfait non-dense de Cantor.

- 26. X. 1954. S. Zubrzycki, Sur la "taxonomie de Wrocław".
- 26. X. 1954. W. Sadowski (Varsovie), Sur l'assortiment des formes pour laminage.
- 29. X. 1954. S. Hartman, Sur un nouveau type de lacunarité (voir Le Matematiche 10 (1955), p. 97-61).
- 29. X. 1954. A. Zięba, An elementary proof of von Neumann's minimax theorem (voir ce fascicule, p. 224-226).
- 29. X. 1954. H. Steinhaus, Un problème sur le modèle cinétique de gaz dans un tétraèdre.

<sup>11)</sup> Voir Section de Wrocław, séance du 3. XII. 1954, ce fascicule, p. 263.

<sup>12)</sup> Voir Section de Wrocław, séance du 25. II. 1955, ce fascieule, p. 264.

<sup>13)</sup> Voir la séance du 27, IV. 1955 de la Section de Poznań, ce fascicule, p. 258.

On connait bien le mouvement d'une particule qui se réfléchit élastiquement aux parois du cube dans lequel elle se déplace sans intervention des forces extérieures <sup>16</sup>). On sait que la trajectoire est alors dense dans le cube ou dans une de ses sections planes; sinon le mouvement est périodique sur le contour d'un polygone fermé. On en sait d'ailleurs bien davantage, mais on peut l'omettre ici.

Par contre, on ne sait presque rien sur le problème analogue où le cube est remplacé par un tétraèdre régulier, le plus simple polyèdre platonien. En particulier,

- P 181. Y a-t-il dans le tétraèdre régulier des trajectoires fermées dont les sommets soient situés sur les faces (sans l'être sur des arètes ou sur des sommets)?
  - 29. X. 1954. K. Urbanik, Solution d'un problème de W. Wolibner.

Il existe une homéomorphie  $\varphi$  du plan des nombres complexes en lui-même, tel que la fonction  $\psi(z) = \varphi(z) + z$  transforme un ensemble non-dense en ce plan tout entier.

- 2. XI. 1954. H. Steinhaus, Impressions du séjour à Berlin.
- 2. XI. 1954. S. Paszkowski, On the number of affinically different sets (voir ce fascicule, p. 211-215).
- 2. XI. 1954. H. Steinhaus, Un problème sur les équations différentielles.
- P 182. Convenons de dire qu'une fonction continue F(x, y) a la propriété W dans une région D lorsque par tout point de D passe une et une seule intégrale de l'équation dy/dx = F(x, y). Pour quelles fonctions f(x) la propriété W de la fonction F(x, y) entraîne la même propriété de la fonction composée f(F(x, y))?
- 4. XI. 1954. S. Knapowski (Poznań), Sur les répartitions des nombres premiers dans les suites de nombres naturels 15).
- 12. XI. 1954. J. Mikusiński, On Dirichlet series with complex exponents (voir Annales Polonici Mathematici 2 (1955), p. 254-256).
- 12. XI. 1954. Z. Zieleżny, Sur un paradoxe dans la statique des bâtiments.
- 12. XI. 1954. H. Steinhaus, Quelques problèmes sur le nombre K(P,r) des sommets du réseau quadratique de côté 1 dans un cercle de centre P et de rayon r.

- **P 183.** Existe-t-il un point P tel que K(P, r) prenne toutes les valeurs  $0, 1, 2, \ldots$  lorsque r croît indéfiniment?
- **P 184.** Le nombre  $k=\pi r^2$  étant naturel, existe-t-il un point  $P_k$  tel que  $K(P_k,r)=k$   $(k=1,2,\ldots)$ .
- **P 185.** Existe-t-il une droite telle que, pour ses points P, la fonction K(P,r) prenne toutes les valeurs qu'elle peut prendre pour tous les points P du plan, r étant donné, et qu'elle les prennent sans faire d'autres sauts que 1 et -1?
- **P 186.** L(r) désignant le nombre de toutes les valeurs de K(P, r) pour P parcourant le plan, la fonction L(r) est-elle monotone et le quotient L(r)/r a-t-il une limite lorsque r croît indéfiniment?
- 12. XI. 1954. J. Mikusiński et K. Urbanik, Sur une suite de polynômes de puissance bornée.
- 19. XI. 1954. J. Mycielski, Quelques théorèmes sur les groupes libres.
- 19. XI. 1954. K. Urbanik, La fonction de Phragmén-Lindelöf de certains produits canoniques pairs.
- 3. XII. 1954. S. Drobot, 300 séances de la Section de Wrocław de la Société Polonaise de Mathématique.
- 3. XII. 1954. A. Kosiński (Varsovie), Sur un problème topologique de Steinhaus.

Soient  $Q_n$  le sphéroide massif à n dimensions et  $S_{n-1}$  la sphère à n-1 dimensions qui est la frontière de  $Q^n$ . On a les théorèmes:

- I. En faisant correspondre d'une façon semi-continue à tout couple de points antipodes de  $S_{n-1}$  un continu acyclique qui les unit dans  $Q^n$ , il existe un point commun à trois de ces continus.
- II. En transformant la bande de Möbius à n dimensions  $M^n$  par une fonction continue f en  $Q^n$  de façon que la frontière de  $M^n$  se trouve transformée en  $S_{n-1}$  par homéomorphie, il existe une valeur de f commune à trois points différents de  $M^n$ .
- 3. XII. 1954. J. Mycielski et A. Zięba, On infinite games (voir le Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III, 3 (1955), p. 133-136).
- 3. XII. 1954. J. Mikusiński, Sur l'élévation des matrices quadratiques à 4 termes en n-ième puissance.
- 10. XII. 1954. S. Paszkowski, On the Weierstrass approximation theorem (voir ce fascicule, p. 206-210).
- 10. XII. 1954. E. Marczewski, Quelques remarques sur l'indépendance stochastique.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>) Cf D. König et A. Szücs, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 36 (1913), p. 79-83.

<sup>15)</sup> Voir la séance du 29. IX. 1954 de la Section de Poznaú, ce fascicule, p. 254.

10. XII. K. Urbanik, Sur la fonction δ de Dirac.

Représentation de  $\delta(x)$  par les noyaux des transformations unitaires de l'espace  $L^2$ .

- 17. XII. 1954. V. Jarnik (Prague), Une application des mesures de Hausdorff aux fractions continues.
- 29. XII. 1954. A. Špaček (Prague). Über einige wahrscheinlichkeitstheoretische Probleme in der Radiotechnik.
- 29. XII. 1954. J. Litwiniszyn (Cracovie), Déplacements des milieux pulvérulents comme processus stochastiques.
- 7. I. 1955. S. Hartman et C. Ryll-Nardzewski (Lublin), Générateurs des groupes abéliens.
- 7. I. 1955. J. Balcerzyk (Toruń), Sur les ensembles libres dans les groupes topologiques.
- 14. I. 1955. M. Warmus, Le calcul approximatif dans le domaine des mesurages techniques et les erreurs qui en résultent (voir Przegląd Elektrotechniczny 1955, p. 748-752, en polonais).
- 12. II. 1955. S. Drobot, Impressions du séjour en République Démocratique Allemande.
- 12. II. 1955. J. Łukaszewicz, Impressions du séjour en Tchécoslovaquie.
- 12. II. 1955. H. Steinhaus, Un problème sur la classification des fonctions continues de plusieurs variables.

Les fonctions F(x, f(y, z)), F(g(x, y), f(y, z)), G(x, F(x, f(x, z))), G(y, F(x, f(y, z))),... sont autant d'exemples des fonctions de trois variables engendrées par superposition des fonctions de deux variables. On peut les classer, par exemple, suivant le nombre des superpositions: la première fonction est d'ordre 2 et les trois autres sont d'ordre 3. Les ordres se subdivisent en types; les trois fonctions d'ordre 3 appartiennent à trois types différents. En admettant la continuité des fonctions de deux variables  $f, g, F, G, \ldots$ , les problèmes suivants s'imposent:

**P 187.** Existe-t-il pout tout n naturel des fonctions essentiellement d'ordre n?

P 188. Quels types des fonctions d'un même ordre sont essentiellement différents?

Il s'agit des exemples effectifs.

25. II. 1955. J. Mycielski, Sur les décompositions paradoxales des sphères (voir du même auteur Generalisations of the theorems on paradoxical decompositions of the sphere, Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III. 3 (1955), p. 199 et 200).

11. III. 1955. S. Golab (Cracovie), Sur l'équation fonctionnelle  $f(X) \cdot f(Y) = f(X \cdot Y)$ .

L'équation en question n'est envisagée que dans le cas où X et Y sont des matrices quadratiques de nombres réels et les valeurs de la fonction f sont également réelles.

Lorsque X et Y sont des matrices quadratiques à 4 termes et les valeurs de la fonction f sont des grandeurs scalaires, les solutions f de l'équation

$$(1) f(X)f(Y) = f(X \cdot Y)$$

n'exigent aucune hypothèse de régularité les concernant et elles sont toutes comprises dans la formule

(2) 
$$f(X) = \varphi[\det(X)],$$

où la fonction  $\varphi$  d'une variable indépendante est une solution arbitraire de l'équation fonctionnelle  $\varphi(u)\varphi(v)=\varphi(uv)$ .

Ainsi toutes les solutions de l'équation (1), y compris qui ne sont pas régulières, se trouvent déterminées pour les matrices de degré n=2. Pour  $n \ge 3$ , la formule (2) fournit toutes les solutions de l'équation (1) sous l'hypothèse que la fonction f est continue. Le problème suivant est signalé comme ouvert:

**P 189.** La formule (2), est-elle valable pour  $n \ge 3$  sans aucune hypothèse de régularité concernant la fonction f?

11. III. 1955. H. Rasiowa (Varsovie), A proof of  $\varepsilon$ -theorems (voir le Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III. 3 (1955), p. 299-302).

11. III. 1955. H. Steinhaus, Problèmes sur le nombre  $a = (\sqrt{5}-1)/2$ .

Considérons la suite  $S = \{(na)\}$ , où (na) = na - [na]. Cette suite est également répartie dans l'intervalle 0 < x < 1, comme d'ailleurs toute suite  $\{(nx)\}$  avec un x irrationnel; cependant la suite S semble avoir cette propriété au plus haut degré. Pour préciser cette expression, une définition convenable de la mesure W(X) de répartition égale d'une suite arbitraire  $X = \{x_n\}$  semble être nécessaire. Une des définitions proposées par l'auteur est celle par la formule

(1) 
$$W(X) = \sum_{n=1}^{\infty} (1/n^2) \cdot \sum_{k=1}^{n} (L_k(n) - 1)^2,$$

où  $L_k(n)$  est le nombre des indices  $j \leq n$ , pour les quels  $(k-1)/n < x_j < k/n$ . On peut aussi définir la mesure de répartition égale V de la même suite par la formule

(2) 
$$V(X) = \sum_{n=1}^{\infty} (1/n) \cdot \sum_{k=1}^{n} (l_k^{(n)})^2,$$

où  $l_k^{(n)}$  est la longueur du k-ième arc compté à partir d'un point fixe sur la circonférence de périmètre l en lesquels elle se trouve divisée par les bouts des arcs successifs de longueurs  $x_1, x_2, \ldots, x_n$  (à partir du même point). On a donc le problème:

**P 190.** Est-ce que l'inégalité W(S) < W(X) est vraie pour toute suite X différente de S et de  $S^*$ , ou  $S^* = \{n(1-a)\}$ .

En remplaçant  $\infty$  par m dans (1) ou dans (2), on définit  $W_m(X)$ . Le problème suivant s'impose:

**P 191.** Existe-t-il un entier positif m pour lequel  $W_m(X) > 0$  quelle que soit la suite X?

18. III. 1955. A. Krzywicki, Sur le mouvement plan du liquide visqueux compressible (voir Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III. 3 (1955), p. 185-187, et Studia Mathematica 15 (1955), p. 113-122).

18. III. 1955. A. Krzywicki, Sur la force latérale exercée sur un obstacle par un liquide visqueux compressible (Studia Mathematica 15 (1956), p. 174-181).

18. II. 1955. S. Paszkowski, Sur le nombre  $(\sqrt{5}-1)/2$ .

25. III. 1955. M. Warmus, Le calcul approximatif restreint 16).

1. IV. 1955. J. W. Jaworowski (Varsovie), A theorem on antipodal sets on the n-sphere (voir le Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III. 3 (1955), p. 247-250).

1. IV. 1955. A. Kosiński (Varsovie), Un théorème sur le balayage (voir K. Borsuk and A. Kosiński, Families of acyclic compacta in Euclidean n-space, Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III. 3 (1955), p. 293-296).

1. IV. 1955. H. Steinhaus, Sur trois droites divisant à la fois une région plane en deux moitiés et sur quatre plans divisant de même une région spatiale.

Etant donnés deux angles et une région plane, il existe trois droites passant par un point, faisant l'une avec les autres ces deux angles et dont chacune coupe la région en deux parties d'aire égale. Etant données trois angles et une région spatiale, il existe quatre plans passant par un point, formant ces angles (pourvu qu'un quadruple de plans puisse les former) et dont chacun coupe cette région en deux parties de volume égal. Un des plans peut être toujours choisi vertical. La démonstration est élémentaire.

1. IV. 1955. B. Knaster, Sur le problème du rapport entre fixation et enfilage <sup>17</sup>).

15. IV. 1955. J. Łukaszewicz, Sur quelques estimations du nombre  $\pi$ . Remarques sur le travail de Mantel<sup>18</sup>) et quelques généralisations de ses résultats.

22. IV. 1955. J. Łoś (Toruń), Sur les homomorphismes des produits forts des groupes cycliques infinis.

22. IV. 1955. J. Mikusiński, Sur la décomposition des polynômes en facteurs linéaires.

2. IV. 1955. K. Urbanik, Sur les anneaux formés de couples des nombres réels.

22. IV. 1955. H. Steinhaus, Sur l'existence de trois cordes de centre commun.

Réponse affirmative à une question posée par J. W. Jaworowski. A savoir: toute courbe plane, fermée et convexe a trois cordes qui se coupent mutuellement en deux moitiés. C'est une conséquence de l'homéomorphie entre l'ensemble de toutes les cordes d'une telle courbe et celui des points de la tande de Möbius. En effet, les centres des cordes définissent ainsi une fonction continue transformant la bande de Möbius en un ensemble plan de façon que le bord de cette bande se trouve transformé en courbe plane en question. D'après un théorème de A. Kosiński, une telle fonction doit prendre au moins une valeur commune en trois points distincts, ce qui est la thèse qu'il s'agissait d'établir.

29. IV. 1955. J. Mycielski et S. Paszkowski, Sur un problème du calcul des probabilités (I) (à paraître dans Studia Mathematica).

6. V. 1955. N. Landsberg (Dresde), Über das Spektrum der Endomorphismen linearer Räume<sup>19</sup>).

13. V. 1955. A. Lelek, Sur le théorème de Dyson-Livesay.

Une démonstration simplifiée, basée sur un lemme différent de celui de Kuratowski <sup>20</sup>).

13. V. 1955. S. Gładysz, Sur la décomposition de la sphère en une famille de surfaces.

<sup>16)</sup> Cf. la séance du 14. I. 1955, ce fascicule, p. 264.

<sup>17)</sup> Cf. P 177 et 178, ce fascioule, p. 243.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup>) B. Mantel, An extension of the Buffon needle problem, The Annals of Mathematical Statistics 24 (1955), p. 674-677.

<sup>18)</sup> Cf. Section de Poznań, séances du 7 et 9. V. 1955, ce fascicule, p. 258.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup>) Voir K. Zarankiewicz, Un théorème sur l'uniformisation des fonctions continues et son applications à la démonstration du théorème de G. J. Dyson sur les transformations de la surface sphérique, Bulletin de l'Académie Polon. des Sciences III. 2 (1954), p. 117-120.

- 20. V. 1955. J. Mioduszewski, Sur certaines estimations des coefficients de fonctions analytiques univalentes.
- 20. V. 1955. H. Steinhaus, Un problème sur le couple de points dans une région plane.

Il s'agit du problème ouvert suivant:

P 192. Trouver dans une région plane, couverte de matière dont la densité plane est donnée, un couple de points tels que la moyenne des carrés de distance entre les points de la région et celui le plus proche du couple soit minimum.

Ce problème, de même que ses généralisations, a des applications pratiques (détermination de types, standardisation des marchandises et autres) <sup>21</sup>).

- 27. V. 1955. O. Borůvka (Brno), Sur la théorie des transformations des équations différentielles linéaires d'ordre 2.
- 27. V. 1955. O. Borůvka (Brno), Sur la division des ensembles et son application à la théorie des classifications.
- 27. V. 1955. P. Szeptycki (Varsovie), Un problème de la théorie des plaques minces.
- 3. VI. 1955. A. Schinzel (Varsovie), On the equation  $x_1 x_2 \dots x_n = l^k$  (voir Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. III. 3 (1955), p. 17-19).
- 3. VI. 1955. A. Krzywicki, Sur la force frontale exercée sur un obstacle par un liquide visqueux compressible (à paraître dans Studia Mathematica).
- 7. VI. 1955. Jan Mycielski, On sets with strange isometrical properties (II) (en préparation pour Fundamenta Mathematicae).
- 10. VI. 1955. S. Hartman et S. Knapowski (Poznań), Bemerkungen über die Bruchteile von pa<sup>22</sup>).
- 10.VI. 1955. S. Hartman, Sur la topologie compacte dans le groupe des nombres réels (voir S. Hartman et C. Ryll-Nardzewski, Zur Theorie der lokal-kompakten abelschen Gruppen, ce fascicule, p. 157-188).
- 10. VI. 1955. Jan Mycielski, Sur les décomposition des intervalles en parties congruentes (en préparation pour Colloquium Mathematicum).
- 17. VI. 1955. H. Rasiowa (Varsovie), Théories élémentaires formelles basées sur la logique constructive.
- 21. VI. 1955. J. Mioduszewski, Une condition équivalente à l'univalence des fonctions analytiques.
- 21. VI. 1955. J. Charatonik et Z. Pethe, Sur les estimations du troisième et du cinquième coefficients d'une fonction analytique univalente avec un pôle.

22) Cf. Section de Poznań, séance du 27. IV. 1955, ce fascicule, p. 258.

<sup>21)</sup> Cf. Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe III, à paraître.