PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES DE WITOLD WOLIBNER

[1] *Sur les ensembles des valeurs des fonctions analytiques, partout déterminées, aux singularités ponctiformes, qu'elle admettent sur leurs ensembles singuliers*, Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie 25 (1932), p. 56-62.

[2] *Sur les points accessibles dans les ensembles fermés*, Mathematica 6 (1932), p. 124-131.

[3] *Un théorème sur l'existence du mouvement plan d'un fluide parfait, homogène, incompressible, pendant un temps infiniment long*, Mathematische Zeitschrift 37 (1933), p. 698-726.

[4] *O stateczności podłużnej samolotu* [Sur la stabilité en longueur d'un aéroplane], Sprawozdanie z Prac Instytutu Technicznego Lotnictwa, Warszawa 1936.

[5] *Sur les coefficients des fonctions analytiques univalentes à l'extérieur d'un cercle*, Studia Mathematica 11 (1949), p. 126-132.

[6] *Sur le mouvement plan du liquide visqueux, incompressible, entourant une courbe simple fermée*, Studia Mathematica 12 (1951), p. 279-285.

[7] *Sur un polynôme d'interpolation*, Colloquium Mathematicum 2 (1951), p. 136-137.

[8] *Sur une relation entre les singularités des fonctions analytiques*, Colloquium Mathematicum 2 (1951), p. 182-185.

[9] *Sur certaines conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une fonction analytique soit univalente*, Colloquium Mathematicum 2 (1951), p. 249-253.

[10] *Sur certains corollaires du théorème de Titchmarsh*, Studia Mathematica 14 (1953), p. 107-110.

[11] *Sur le mouvement des corps friables*, Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Cl. III, 4 (1956), p. 507-509.

[12] *Sur les fonctions dont les intégrales étendues aux surfaces sphériques sont nulles*, Colloquium Mathematicum 5 (1957), p. 66-68.

[13] *O pewnym wyznaczniku typu przekątniowego* [Sur un déterminant du type diagonal], Prace Matematyczne 4 (1960), p. 9-10.

[14] (publication posthume rédigée par A. Krzywicki) *Sur un problème de Lichtenstein dans la dynamique des milieux dépourvus de cohésion*, Colloquium Mathematicum 10 (1963), p. 345-352.

JAN ZAMORSKI

(27. XII. 1927 — 28. XII. 1961)

PAR

Z. CHARZYŃSKI (ŁÓDŹ) ET A. ZIĘBA (WROCŁAW)

Né le 27 décembre 1927 à Varsovie, Jan Zamorski acheva ses études secondaires au lycée clandestin de la ville de Żywiec sous l'occupation allemande de 1939-1944. En 1946 il s'inscrivit à l'Ecole Polytechnique de Varsovie qu'il quitta en 1948 pour la Faculté des Mathématiques, Physique et Chimie de l'Université et Ecole Polytechnique de Wrocław (alors institution commune).

Devenu assistant des mathématiques à cette Faculté en 1950, il y fut nommé adjoint en 1956, tout en travaillant simultanément à l'Institut Mathématique de l'Académie Polonaise des Sciences. En 1961 il obtint le grade de docteur des sciences mathématiques et physiques à l'Université de Wrocław, ayant soutenu sa thèse [4] ⁽¹⁾ sur quelques propriétés extrémales des fonctions étoilées. Il mourut subitement — et apparemment en pleine santé — le 28 décembre 1961 à Wrocław; presque à la veille de son agrégation.

La plupart des 13 travaux du docteur Jan Zamorski se rapporte aux estimations des coefficients des fonctions analytiques univalentes et aux problèmes qui s'y rattachent. Ce furent bien les questions qui intéressaient vivement le professeur Witold Wolibner dont le docteur Jan Zamorski était l'un des élèves.

Soit

$$(1) \quad s(\zeta) = \gamma\zeta + \gamma_0 + \frac{\gamma_1}{\zeta} + \dots \quad \text{où} \quad |\zeta| > 1$$

une fonction arbitraire étoilée, c'est-à-dire transformant d'une façon conforme l'extérieur du cercle-unité en une région étoilée au point ∞ , donc contenant, avec chacun de ses points, le rayon qui l'unit au point ∞ . Posons

$$\gamma_k/\gamma = x_k + iy_k \quad \text{pour} \quad k = 0, 1, \dots$$

⁽¹⁾ Les numéros entre crochets sont ceux des „Publications mathématiques de Jan Zamorski”, ce fascicule, p. 364.

et considérons une expression réelle quelconque

$$E = E(x_0, y_0, \dots, x_n, y_n)$$

dépendant de n premiers coefficients de la fonction (1). Admettons enfin qu'elle est une fonction étoilée extrémale, à savoir que l'expression E atteint pour elle sa valeur maximum dans la classe de toutes les fonctions étoilées de la forme (1).

Zamorski a montré dans ses travaux [4] et [5] qu'on a alors trois théorèmes suivants:

1. La fonction extrémale est de la forme

$$(2) \quad s(\xi) = \xi \prod_{k=1}^m \left(1 - \frac{\sigma_k}{\xi}\right)^{p_k} = \xi + \gamma_0 + \frac{\gamma_1}{\xi} + \dots$$

où $|\sigma_k| = 1$, $\beta_k \geq 0$, $\sum_{k=1}^m \beta_k = 2$ et qu'elle transforme l'extérieur du cercle en plan entier sans, tout au plus, $n+1$ segments rectilignes sortant du point 0.

2. Les paramètres σ_k figurant dans (2) satisfont aux équations

$$(3) \quad \begin{aligned} A_{n+1}\sigma_j^{2n+2} + A_n\sigma_j^{2n+1} + \dots + A_1\sigma_j^{n+2} + \lambda\sigma_j^{n+1} + \bar{A}_1\sigma_j^n + \dots + \bar{A}_{n+1} &= 0, \\ (2n+2)A_{n+1}\sigma_j^{2n+1} + (2n+1)A_n\sigma_j^{2n} + \dots + (n+1)\lambda\sigma_j^n + \\ + n\bar{A}_1\sigma_j^{n-1} + \dots + \bar{A}_n &= 0 \end{aligned}$$

où

$$(4) \quad A_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{n-k} \gamma_j \left(\frac{\partial E}{\partial x_{j+n}} - i \frac{\partial E}{\partial y_{j+n}} \right) \quad \text{et} \quad \gamma_n = x_n + iy_n.$$

3. La fonction extrémale (2) satisfait au couple d'équations différentielles de la forme

$$(5) \quad \frac{s'(\xi)\xi}{s(\xi)} R_i(\xi) = Q_i(\xi) \quad \text{où} \quad i = i = 1 \text{ et } 2,$$

R_i et Q_i étant certaines fonctions rationnelles aux coefficients qui s'expriment par des formules semblables à (4).

Zamorski établit ces trois théorèmes en appliquant une méthode convenable du calcul des variations. Il est à noter que, peu avant Zamorski, une des équations (5) a été trouvée par Hummel⁽²⁾ à l'aide d'une méthode différente.

⁽²⁾ J. Hummel, *A variational method for starlike functions*, Proceedings of the American Mathematical Society 9 (1958), p. 82-87.

Grâce à la solution effective des équations (3) dans le cas où $E = x_1 = \operatorname{Re}(\gamma_1/\gamma)$ ou bien $E = x_2 = \operatorname{Re}(\gamma_2/\gamma)$, Zamorski parvint, d'ailleurs par un calcul difficile et bien ingénieux, aux estimations $|\gamma_1/\gamma| \leq 1$ et $|\gamma_2/\gamma| \leq 1/2$ pour les fonctions étoilées de la forme (1).

Des résultats analogues furent établis par Zamorski pour les classes de fonctions définies par la condition

$$\frac{\xi \varphi'(\xi)}{\varphi(\xi)} = \alpha p\left(\frac{1}{\xi}\right) + \beta,$$

où les paramètres α et β sont réels et la fonction $p(1/\xi) = 1 + \dots$ est du type de Carathéodory (c'est-à-dire telle que $\operatorname{Re} p(1/\xi) \geq 0$), de même que pour d'autres classes de fonctions asymétriques de ce genre. Ces résultats contiennent comme des cas particuliers des résultats antérieurs de Basilévitch⁽³⁾ et Raede⁽⁴⁾.

Il importe de remarquer que Zamorski créa par ses travaux [4], [5] et [8]-[10] un mode de procéder pour la classe des fonctions étoilées et pour des classes plus générales de structure analogue, un mode qui est fort efficace dans ce domaine et dans un certain sens le meilleur.

L'érudition et la passion pour la recherche scientifique, propres à sa personnalité, de même que le style original de son humour, n'ont été connus qu'à quelques personnes par suite de sa modestie exagérée et ses manières timides. Il s'intéressait cependant non seulement aux mathématiques, mais aussi bien à la littérature, au théâtre, à l'architecture, à l'histoire de l'art et de la culture, au tourisme et aux sports.

Le docteur Jan Zamorski était une individualité forte et riche. À écrire de lui un souvenir, il est difficile de se décider que faut-il avancer au premier plan: ses capacités intellectuelles remarquables ou sa bonté et sa complaisance dont tant d'amis et camarades ont eu l'occasion de bénéficier, ou plutôt ses mérites professionnelles, entendues au sens le plus large ...

⁽³⁾ И. Е. Базилевич, *Об одном случае интегрируемости в квадратурах уравнения Леанера-Куффера*, Математический Сборник 37 (1955), p. 471-476.

⁽⁴⁾ M. O. Raede, *On close-to-convex functions*, Michigan Mathematical Journal 3 (1955-1956), p. 59-62.

PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES DE JAN ZAMORSKI

- [1] (avec A. Krzywicki, J. Rzewuski et A. Zięba), *Non-local problems in the calculus of variations (I)*, Annales Polonici Mathematici 2 (1955), p. 77-96.
- [2] *Equations satisfied by the extremal schlicht functions with pole*, Annales Polonici Mathematici 3 (1956), p. 41-45.
- [3] (avec A. Krzywicki, J. Rzewuski et A. Zięba), *Non-local problems in the calculus of variations (II)*, Annales Polonici Mathematici 4 (1957), p. 30-39.
- [4] *Equations satisfied by the extremal starlike functions*, Annales Polonici Mathematici 5 (1958), p. 285-291.
- [5] *Some remarks on the Hummel's equations*, Colloquium Mathematicum 7 (1959), p. 133-134.
- [6] *Differential equations for the extremal starlike functions*, Annales Polonici Mathematici 7 (1960), p. 279-293.
- [7] *The estimation of the third coefficient of the starlike functions with a pole*, Annales Polonici Mathematici 8 (1960), p. 185-191.
- [8] *Remarks on a class of analytic functions*, Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe des sciences mathématiques, astronomiques et physiques, 8 (1960), p. 377-380.
- [9] *About the extremal spiral schlicht functions*, Annales Polonici Mathematici 9 (1960), p. 237-245.
- [10] *Remarks on the extremal functions of a certain class of analytic functions*, Annales Polonici Mathematici 10 (1961), p. 247-252.
- [11] *Oszacowanie współczynników funkcji należących do dwóch klas k-symetrycznych funkcji jednokrotnych* [Estimation des coefficients des fonctions de deux classes de fonctions univalentes k-symétriques], Prace Matematyczne 5 (1961), p. 101-105.
- [12] *O istotnie rzeczywistych funkcjach meromorficznych* [Sur les fonctions méromorphes essentiellement réelles], Prace Matematyczne 6 (1961), p. 41-48.
- [13] (avec E. Szczepankiewicz), *O funkcjach liniowo osingalnych (prawie wypukłych) i prawie gwiaździstych* [Sur les fonctions linéairement accessibles (presque convexes) et presque étoilées], Prace Matematyczne 6 (1961), p. 141-148.

P R O B L È M E S

P 84, R 1. La solution partielle suivante a été donnée par C. I. F. Upton et communiquée par lui à l'auteur du problème:

Lorsque la fonction $f(t)$ est presque périodique S^1 et la fonction $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ est bornée dans la norme de Weyl, c'est-à-dire que $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \sup_x \int_x^{x+s} |g(t)|dt < \infty$, la fonction g est uniformément presque périodique.

II. 2, p. 154.

P 115, R 1. La solution est négative ⁽¹⁾.

III, 1, p. 44.

⁽¹⁾ A. Schinzel, *Solution d'un problème de K. Zarankiewicz sur les suites de puissances consécutives de nombres irrationnels*, Colloquium Mathematicum 9 (1962), p. 291-296.

P 213, R 1. L'arc en question a été trouvé ⁽²⁾.

V. 1, p. 139.

⁽²⁾ H. Croft, *Some plane curve pathologies*, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 58 (1962), p. 569-574.

P 217, R 1. A. Schinzel, l'auteur du problème, a signalé qu'il a démontré la proposition H_k pour $k = 34$ et que E. Burbacka et J. Piekarczyk l'ont réfutée pour tous les entiers $k \neq p^\alpha$ depuis 35 jusqu'à 150 où p est premier et $\alpha > 0$.

V. 2, p. 203.

P 315, R 1. La solution est affirmative ⁽³⁾.

VIII. 1, p. 95.

⁽³⁾ C. Ryll-Nardzewski, *Remark on interpolation by periodic functions*, Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Série des sciences mathématiques, astronomiques et physiques, 11 (1963), No 6, p. 363-366.