Operator asymptotycznej własności wartości średniej

Antoni Kijowski
IMPAN
akijowski@impan.pl

W trakcie mojego wystąpienia omówię własności operatora

$$\Delta^{AMV} u(x) := \lim_{r \to 0^+} \frac{1}{r^2} \fint_{B(x,r)} (u(y) - u(x)) d\mu(y),$$

gdzie powyższa zbieżność może być rozumiana na kilka sposobów: punktowo, prawie jednostajnie, w normie L^p lub słabo, niosąc różne konsekwencje. W największej ogólności Δ^{AMV} definiujemy na $L^1_{loc}(X)$, gdzie (X, d, μ) jest przestrzenią metryczną z miarą (w której miara kul jest dodatnia). Dyskusję zacznę od udowodnienia Twierdzenia Blaschke–Privaloff–Zaremba charakteryzującego funkcje harmonicze przy pomocy Δ^{AMV}. Prowadzi ono do naturalnego uogólnienia pojęcia funkcji harmonicznych na przestrzeń X, co jest w ostatnim czasie szeroko badane.

Następnie pokażę reprezentację operatorów Δ^{AMV} na różnych przestrzeniach metrycznych, m.in. $\mathbb{R}^n$ z ważoną miarą Lebesgue'a, rozmaitościach Riemannowskich i grupach Carnot. Na koniec pokażę zastosowanie Δ^{AMV} autorstwa Alabern–Mateu–Verdera, to jest charakteryzację przestrzeni Soboleva $W^{k,p}(\mathbb{R}^n)$. To twierdzenie może zostać wykorzystane do uogólnienia przestrzeni Soboleva wyższego rzędu na przestrzenie metryczne z miarą.

Wyniki, które zaprezentuję, są owocem współpracy z Tomaszem Adamowiczem i Elefteriosem Soultanisem oraz rozmów z Andreasem Minne i Davidem Tewodrose (preprint AM & DT jest dostępny: arXiv:1912.00259).