Tomasz Miller, Centrum Kopernika Badań Inderdyscyplinarnych UJ

Tytuł: Jak skwantować przestrzeń metryczną?

Streszczenie:

Niech (X, D) będzie n-elementową przestrzenią metryczną. Wzorem fizyków kwantowych, rozważmy rzutową przestrzeń Hilberta $\mathbb{P}l^2(X)$, której elementy – zwane *funkcjami falowymi* – wygodnie reprezentować jako wektory z $\mathbb{C}^n$ o normie 1 (modulo czynnik fazowy). Metrykę D da się rozszerzyć na funkcje falowe, dla dowolnego $p \geq 2$ definiując na $\mathbb{P}l^2(X)$ metrykę d_p wzorem

$$d_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\sum_{1 \leq i < j \leq n} D_{ij}^p |x_i y_j - x_j y_i|^2 \right)^{1/p},$$

gdzie $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ to funkcje falowe, natomiast (D_{ij}) to macierz odległości dla wyjściowej metryki. Choć wzór ten wygląda niepozornie, dowód nierówności trójkąta dla d_p okazuje się nietrywialny. W referacie przedstawię jego szkic oraz wyjaśnię, jak zmienia się sytuacja, gdy przestrzeń metryczna X ma nieskończenie wiele elementów. Omówię również nową rodzinę metryk na przestrzeni miar probabilistycznych na (X, D) o skończonym p-tym momencie, którą otrzymuje się „przy okazji" powyższej konstrukcji.