

Testowanie dodatniej kwadrantowej zależności w średniej

Bogdan Ćmiel, Teresa Ledwina

Instytut Matematyczny PAN

Przedstawimy problem testowania dodatniej kwadrantowej zależności w średniej zdefiniowanej dla pary zmiennych losowych (X, Y) w następujący sposób

$$\forall y \in \mathbb{R} \quad E(X|Y > y) \geq E(X).$$

Klasę rozkładów spełniających tę własność oznaczamy EQD^+ . Do badania tego rodzaju zależności posłużymy się funkcją monotonicznej zależności z pracy Kowalczyk i Pleszczyńskiej (1977)

$$\mu_{X,Y}(p) = \begin{cases} \frac{E(X|Y > y_p) - E(X)}{E(X|X > x_p) - E(X)}, & \text{gdy } E(X|Y > y_p) \geq E(X), \\ \frac{E(X|Y > y_p) - E(X)}{E(X) - E(X|X < x_{1-p})}, & \text{gdy } E(X|Y > y_p) < E(X), \end{cases}$$

gdzie x_p i y_p to kwantyle rzędu p zmiennych losowych X i Y , odpowiednio. Przedstawimy postać testu hipotezy zerowej $(X, Y) \in \text{EQD}^+$ przeciwko alternatywie $(X, Y) \notin \text{EQD}^+$. Użyjemy statystyki testowej opartej na estymatorze funkcji monotonicznej zależności przedstawionym w pracy Kowalczyk (1977), którego asymptotyczne zachowanie zostało częściowo zbadane w pracach Bednarskiego i Ledwiny (1982 i 1984). Do konstrukcji testu użyjemy metody p -wartości opisanej w pracy Barretta i Donalda (2003) a do jego implementacji metody mnożników Monte Carlo. Przedstawimy również działanie testu próbując jego empiryczne moce z mocami testu opisanego w pracy Zhu i inni (2014).

Literatura

- [1] Barrett, G.F., Donald, S.G. (2003). Consistent tests for stochastic dominance. *Econometrica* 71, 71-104.
- [2] Bednarski, T. Ledwina, T. (1982). A note on the weak convergence of an estimator of monotonic dependence function of two random variables. *Math. Operationsforsch. Statist., Ser. Statistics* 13, 555-560.

- [3] Bednarski, T. Ledwina, T. (1984). Weak convergence of an empirical monotonic dependence function under dependence. *Probab. Math. Statist. IV*, 79-89.
- [4] Kowalczyk, T. (1977). General definition and sample counterparts of monotonic dependence functions of bivariate distributions. *Math. Operationsforsch. Statist., Ser. Statistics* 7, 351-365.
- [5] Kowalczyk, T. Pleszczyńska, E. (1977). Monotonic dependence functions of bivariate distributions. *Ann. Statist.* 5, 1221-1227.
- [6] Zhu, X. Guo, X. Lin, L. Zhu, L. (2014). Testing for positive expectation dependence. *Ann. Inst. Statist. Math.*, DOI 10.1007/s10463-014-0492-7.