

Optymalne zatrzymywanie wektorowego procesu ryzyka

Anna Karpowicz

Instytut Matematyki i Informatyki

Politechnika Wrocławska

e-mail: anna.karpowicz@pwr.wroc.pl

url: <http://www.im.pwr.wroc.pl/~karpowic/>

Krzysztof Szajowski

Instytut Matematyki i Informatyki

Politechnika Wrocławska

e-mail: krzysztof.szajowski@pwr.wroc.pl

url: <http://neyman.im.pwr.wroc.pl/~szajow/>

Streszczenie

Rozważmy firmę ubezpieczeniową z kapitałem początkowym $a > 0$ ubezpieczającą dwa rodzaje ryzyk. Ryzyko i -te generuje strumień składek ze stałą intensywnością c_i oraz strumień wypłat tytułem odszkodowań modelowanych ciągiem niezależnych zmiennych losowych $X_{i,1}, X_{i,2}, \dots$ z rozkładem H_i . Żądania związane z i -tym ryzykiem pojawiają się zgodnie z procesami odnowy $\{N_i(t), t \geq 0\}$, gdzie $N_i(t)$, $i = 1, 2$, jest liczbą żądań do momentu t w strumieniu i . Procesy odnowy są między sobą niezależne i niezależne od żądań. Dwuwymiarowy proces punktowy $(N_1(t), N_2(t))$, $t \geq 0$ może być reprezentowany także przez ciąg zmiennych losowych T_n o wartościach w $[0, \infty]$, takich że $T_0 = 0$, $T_n < \infty$ oraz $T_n < T_{n+1}$ dla $n \in \mathbb{N}$, oraz ciąg zmiennych losowych Z_n for $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ przyjmujących wartości $\{1, 2\}$ (patrz Brémaud [2] Ch. II). Określmy różnicę wielkości składki i wypłat dla i -tego ryzyka przez $R_i(t) = c_i t - \sum_{s=1}^{N_i(t)} X_{i,s}$ oraz proces

$$U(t) = a + (c_1 + c_2)t - \sum_{s=1}^{N_1(t)} X_{1,s} - \sum_{s=1}^{N_2(t)} X_{2,s}. \quad (1)$$

W powiązaniu ze zdefiniowanymi procesami można rozważyć różne problemy optymalizacyjne. Niektóre z nich to:

1. $\sup_{\tau} \mathbb{E}g(U(\tau))$
2. $\sup_{\tau, \sigma} \mathbb{E}g(a + R_1(\tau) + R_2(\sigma))$
3. $\sup_{\tau < \sigma} \mathbb{E}g(a + c_1\tau - \sum_{i=1}^{N_1(\tau)} X_{1,i} + \tilde{c}_1(\sigma - \tau) + c_2\sigma - \sum_{i=1}^{N_2(\sigma)} X_{2,i})$

Rozważane procesy mogą modelować rezerwę firmy ubezpieczeniowej. Decyzje zarządu zmieniające rodzaj i liczbę ryzyk zmieniają parametry tego procesu. Ważny jest właściwy wybór momentu zmiany, który może wskazać rozwiązanie zadania optymalizacyjnego podobnego do wymienionych. Są znane podobnie stawiane i rozwiązane problemy w literaturze: Azuce and Roberts [1], Ferenstein i Sierociński [3], Muciek [5], Rolski et al. [7], Karpowicz and Szajowski [4], Muciek and Szajowski [6]).

Literatura

- [1] P. Azuce and N. Roberts. Optimal reinsurance and dividend distribution policies in the Cramér-Lundberg model. *Mathematical Finance*, 15:261–308, 2005.

- [2] P. Brémaud. *Point Processes and Queues, Martingale Dynamics*. Springer, New York, 1981.
- [3] E.Z. Ferenstein and A. Sierociński. Optimal Stopping of a Risk Process. *Applicationes Mathematicae*, 24(3):335–342, 1997.
- [4] A. Karpowicz and K. Szajowski. Double optimal stopping of a risk process. *Stochastics: An International Journal of Probability and Stochastic Processes*, 79(1–2):155–167, 2007.
- [5] B. Muciek. Optimal stopping of a risk process: Model with interest rates. *J. Appl.Prob.*, 39:261–270., 2002.
- [6] B.K. Muciek and K. Szajowski. Optimal stopping of a risk process when claims are covered immediately. In *Mathematical Economics*, volume 1557 of *RIMS Kôkyûroku*, pages 132–139, 2007.
- [7] T. Rolski, H. Schmidli, V. Schimdt, and J. Teugels. *Stochastic Processes for Insurance and Finance*. John Wiley & Sons, Chichester, 1998.