

Niektóre tematy na egzamin z jakościowej teorii zwyczajnych równań różniczkowych

jesień 2013 – zima 2014, Feliks Przytycki, MIMUW

1. Pojęcie układu dynamicznego. Globalne cięcie transwersalne, zawieszenie.
2. Zbiory ω - i α graniczne, zbiór minimalny: istnienie, przykłady.
3. Stopień przekształcenia. Indeks zera pola wektorowego. Tw. Poincaré'go – Hopfa.
4. Tw. Poincaré'go – Bendixsona.
5. Liczba obrotu, własności
6. Tw. Siegela: Gładki potok dyfeomorfizmów torusa bez punktów stałych i trajektorii okresowych jest zawieszeniem dyfeomorfizmu okręgu
8. Przykład Cherry'ego.
9. Tw. Hadamarda – Perrona. λ -lemat, Globalne rozmaitości stabilne i niestabilne.
10. Rozmaitość centralna, niejednoznaczność.
11. Tw. Grobmana – Hartmana.
12. Punkty niebłądzące, Ω -eksplozja.
13. Potoki gradientowe. Przykład na przechylonym torusie.
14. Pojęcia z gładkiej dynamiki: układy Morse'a-Smale'a, własności typowe, Tw. Kupki-Smale'a, Lemat Pugh o zamykaniu, Tw. Peixoto, strukturalna stabilność.
18. Podkowa Smale'a. Istnienie (topologicznej) podkowy Smale'a blisko siodła, którego separatrysy stabilna i niestabilna mają punkt homoklinicznego przecięcia.
19. Zbiory hiperboliczne. Solenoid.
20. Postać normalna osobliwości pola wektorowego.
21. Rezonanse. Obszary Poincaré'go i Siegela. "Małe mianowniki".
22. Metoda uśredniania: tw. o istnieniu orbity okresowej dla równania zaburzonego blisko orbity okresowej równania uśrednionego.
23. Równanie Van der Pola.
24. Wersalne deformacje osobliwości pól wektorowych.
25. Bifurkacja Hopfa: miękka i ostra utrata stabilności.
27. Atraktor Lorenza. Model geometryczny.
28. Wahadło $x'' = -\sin x$ i nieautonomiczne okresowe zaburzenie, rysunek.

Uzupełniająca wiadomości z ćwiczeń:

- * Tw Denjoy,
- * Tw. A. Schwarza,
- * Równanie Lienarda
- * Przykład Shilnikova
- * Całka Mielnikowa – kryterium na istnienie transwersalnego przecięcia rozmaitości stabilnej i niestabilnej
- * Równanie Lotki-Volterra (konserwatywne i dysypatywne). Wzór na pochodną przekształcenia powrotu – całka z dywergencji.
- * Bifurkacja Bogdanowa-Takenska.