

RRZJ-2005-Zadania

1. Sprawdzić czy poniższe równania mają trajektorie okresowe:

- a) $x'' + (x^6 - x^2)x' + x = 0$, (wsk.: równanie Lienarda)
- b) $x'' - (x')^2 - (1 + x^2) = 0$. (wsk.: czy istnieją pkt. osobliwe ?)
- c) $x' = -y, y' = -b \sin x - ay$ dla $a, b > 0$. (wsk.: dywergencja)
- d) $x' = (\text{grad}f)(x)$ dla dowolnej funkcji f

2. Czy dla następujących równań 0 jest stabilne w sensie Lapunowa ?

Asymptotycznie ?

- a) $x' = y^3, y' = -x^3$.
- b) $x' = x^3 - y, y' = x + y^3$

3. Opisz obraz fazowy równania

- a) $x' = y, y' = x - x^3$ (równanie Duffinga)

4. Jakie są zbiory $\omega(x), \alpha(x)$ dla dowolnego $x \in R^2$ i potoku pola

$$F(x, y) = -y + x(x^2 + y^2) \sin\left(\frac{\pi}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), \quad x + y(x^2 + y^2) \sin\left(\frac{\pi}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right).$$

Czy 0 jest stabilne w sensie Lapunowa?

5. Jaki jest indeks w 0 pola $F(z) = z^k$ dla $k > 0$? Jaki dla \bar{z}^k ?