

Kolokwium 1, grupa A

Czas: 45 minut. Zadanie 3 nie jest obowiązkowe, choć rozwiązanie będzie mile widziane.

Zadanie 1 (10 pkt)

Dla jakich $t \in \mathbb{R}$ istnieje niezerowy wektor $\alpha \in \mathbb{R}^4$, który jest kombinacją liniową wektorów $(1, 2, 3, 4)$, $(2, -1, 4, 3)$ i jest też kombinacją liniową wektorów $(0, 3, -2, 1)$, $(2, 4, -2, t)$? Dla każdego takiego t podaj przykład takiego wektora.

Zadanie 2 (20 pkt)

Niech $V \subset \mathbb{R}^5$ będzie przestrzenią rozwiązań układu równań:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 - 8x_2 + 5x_3 - 9x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

- Znajdź bazę przestrzeni V , podaj wymiar tej przestrzeni;
- Uzupełnij znalezioną bazę V do bazy przestrzeni \mathbb{R}^5 ;
- Niech $W = \text{lin}\{(-3, -3, 7, 7, 7), (1, 2, -3, 0, 1)\}$. Opisz W układem równań liniowych. Czy przestrzeń ta zawiera się w przestrzeni V ? Czy istnieje baza \mathbb{R}^5 złożona z wektorów należących do V lub do W ?

Zadanie 3 (dodatkowe)

Uzupełnij, maksymalizując czerstwość:

Dwóch matematyków siedzi na drzewie, nagle nad ich głowami przelatuje wektor, po chwili następny (liniowo niezależny w stosunku do poprzedniego) i tak jeszcze kilka razy. W końcu jeden z nich pyta:

-Co się dzisiaj dzieje z tymi wektorami?

Na co odpowiada drugi:

-.....

Kolokwium 1, grupa B

Czas: 45 minut. Zadanie 3 nie jest obowiązkowe, choć rozwiązanie będzie mile widziane.

Zadanie 1 (10 pkt)

Dla jakich $t \in \mathbb{R}$ istnieje niezerowy wektor $\alpha \in \mathbb{R}^4$, który jest kombinacją liniową wektorów $(1, 2, 3, 2)$, $(2, -1, 4, 3)$ i jest też kombinacją liniową wektorów $(0, 3, -2, 1)$, $(2, 4, -2, t)$? Dla każdego takiego t podaj przykład takiego wektora.

Zadanie 2 (20 pkt)

Niech $V \subset \mathbb{R}^5$ będzie przestrzenią rozwiązań układu równań:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 - 8x_2 + 5x_3 - 9x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

- Znajdź bazę przestrzeni V , podaj wymiar tej przestrzeni;
- Uzupełnij znalezioną bazę V do bazy przestrzeni \mathbb{R}^5 ;
- Niech $W = \text{lin}\{(-2, -1, 3, 4, 3), (1, 2, -3, 0, 1)\}$. Opisz W układem równań liniowych. Czy przestrzeń ta zawiera się w przestrzeni V ? Czy istnieje baza \mathbb{R}^5 złożona z wektorów należących do V lub do W ?

Zadanie 3 (dodatkowe)

Uzupełnij, maksymalizując czerstwość:

Dwóch matematyków siedzi na drzewie, nagle nad ich głowami przelatuje wektor, po chwili następny (liniowo niezależny w stosunku do poprzedniego) i tak jeszcze kilka razy. W końcu jeden z nich pyta:

-Co się dzisiaj dzieje z tymi wektorami?

Na co odpowiada drugi:

-.....