

Kolokwium 3

Czas: 60 minut. Zadanie 4 nie jest obowiązkowe, choć rozwiązanie będzie mile widziane.

Zadanie 1 (10 pkt)

Niech przekształcenia $\phi, \psi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ będą dane w bazach standardowych macierzami odpowiednio $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 1 \\ 0 & -8 & 4 \\ 0 & -9 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -9 & 4 \end{bmatrix}$. Czy któryś z endomorfizmów ϕ, ψ jest diagonalizowalny? Jeżeli któryś z nich jest, przedstaw jeden z nich (dowolnie wybrany, jeżeli oba są diagonalizowalne, ten diagonalizowalny, gdy jest jeden) w postaci CDC^{-1} , gdzie D jest macierzą diagonalną.

Zadanie 2 (10 pkt)

Niech $W = \text{lin}\{(1, 2, 0, 1)\} \subset \mathbb{R}^4$.

- Znajdź bazę ortonormalną \mathcal{A} przestrzeni W^\perp .
- Niech $\alpha = (2, -7, 2, -4)$. Zapisz α jako sumę $\alpha_1 + \alpha_2$, gdzie $\alpha_1 \in W$ oraz $\alpha_2 \in W^\perp$.

Zadanie 3 (10pkt)

Niech $s : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ będzie symetrią względem płaszczyzny $\pi = \text{lin}\{(1, 2, 3), (1, 0, 1)\}$.

- Podaj macierz s w bazie standardowej.
- Podaj macierz s^{2013} w bazie standardowej.

Wskazówka: Zamiast liczyć macierz s^{2013} (choć oczywiście można), pomyśl, jak geometrycznie wygląda przekształcenie s^{2013} i wywnioskuj rozwiązanie. W razie potrzeby policz macierz s^2 .

Zadanie 4 (dodatkowe)

Na jakim instrumencie zostały zagrane pierwsze dźwięki w utworze "Fireball" zespołu Deep Purple?