

Kolokwium 1, grupa A

Czas: 60 minut. Zadanie 4 (na odwrocie) nie jest obowiązkowe, choć rozwiązanie będzie mile widziane.

Zadanie 1 (10 pkt)

Niech $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ będzie bazą przestrzeni liniowej V .

- Czy układ $\{v_1, (v_1 - v_2), (4v_3 - v_2), v_4\}$ jest bazą V ? Odpowiedź uzasadnij.
- Czy układ $\{v_2, v_2 - v_3, v_2 + v_3\}$ da się uzupełnić do bazy V ? A układ $\{v_2, v_2 - v_3\}$? Odpowiedź uzasadnij, i jeżeli się da podaj przykład takiego uzupełnienia (bez uzasadnienia).

Zadanie 2 (10 pkt)

Niech $V = \text{lin}\{(1, 2, 4, 3), (0, 0, 3, 6), (-1, 2, 0, 1)\}$ będzie podprzestrzenią \mathbb{R}^4 . Które z poniższych wektorów należą do V :

- | | |
|----------------------|--------------------|
| a) $(1, 2, 5, 4)$ | e) $(0, 0, 0, 0)$ |
| b) $(0, -2, -2, -2)$ | f) $(2, 5, 0, 0)$ |
| c) $(-1, 3, 0, 0)$ | g) $(1, 0, -2, 1)$ |
| d) $(1, 1, 1, 1)$ | h) $(2, 5, 3, -2)$ |

Wskazówka: pomyśl, jak najlepiej przedstawić przestrzeń V by sprawdzenie powyższego nie zajęło dużo czasu.

Zadanie 3 (10 pkt)

Niech $V_t = \text{lin}\{(3, 2, 1, 0), (1, 2, 3, 4), (1, -2, t, -8)\}$ będzie podprzestrzenią \mathbb{R}^4 .

- Dla każdego $t \in \mathbb{R}$ podaj wymiar i przykład bazy przestrzeni V_t .
- Niech $Z = \{(1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 2)\}$. Uzupełnij układ Z do bazy \mathbb{R}^4 wektorami z V_0 .

Zadanie 4 (dodatkowe)

Dana jest piosenka "Idzie wojna" polskiego punkrockowego zespołu Siekiera.

a) Uzupełnij tekst refrenu:

"Idzie wojna

Idzie wojna

Idzie"

(*Wskazówka*: to nie 'wojna'!)

b) Ile razy średnio na minutę idzie wojna, jeżeli utwór trwa około 3,5 minuty, zaś tekst ma dwie zwrotki powtarzane po dwa razy?

c) Znajomość ilu akordów wystarczy do (w miarę porządnego) zagrania tego utworu na gitarze? *Wskazówka*: skorzystaj z powszechnie znanych powiedzeń na temat muzyki punkrockowej lub utwórz własne.