# GAL II: zadania domowe, seria 6

Każde zadanie jest na 10 punktów, należy zrobić 4 zadania. Zadanie 5 jest odrobinę ambitniejsze, jego zrobienie (poza zadowoleniem prowadzącego, walorami edukacyjnymi itp.) będzie mieć dodatkowy pozytywny wpływ na ocenę z aktywności. Zadania można rozwiązywać w zespołach maksymalnie dwuosobowych, wystarczy, że rozwiązanie zanotuje jedna osoba (pod warunkiem, że obie podpiszą się pod rozwiązaniem). **Termin oddania zadań: 24.04.2013 godz. 17.00**.

## Zadanie 1

W przestrzeni $\mathbb{R}^4$ ze standardowym iloczynem skalarnym niech $L = (5,0,5,0) + lin\{(0,1,0,1)\}$, zaś $P$ płaszczyzną opisaną układem równań:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$$

a) znaleźć odległość między prostą $L$ i płaszczyzną $P$;

b) opisz obraz $L$ przy symetrii prostopadłej $S$ względem $P$;

c) znajdź odległość między $L$ a jej obrazem $S(L)$.

## Zadanie 2

W $\mathbb{R}^3$ ze standardowym iloczynem skalarnym niech $p_0 = (0,1,0)$, $\alpha_1 = (1,1,0)$, $\alpha_2 = (1,0,1)$, $\alpha_3 = (1,2,1)$ i niech $p_i = p_0 + \alpha_i$ dla $i = 1,2,3$. Znaleźć objętość i pole powierzchni bocznej dla

a) równoległościanu $R = R(p_0; \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$;

b) sympleksu $S = S(p_0, p_1, p_2, p_3)$.

## Zadanie 3

W $\mathbb{R}^3$ ze standardowym iloczynem skalarnym znaleźć taki punkt $p$ na krzywej $S = \{(t^2, -7, 2t) \in \mathbb{R}^3 : t \in \mathbb{R}\}$, że objętość czworościanu o wierzchołkach $(1,0,1), (0,3,5), (2,2,2)$ oraz $p$ jest najmniejsza.

## Zadanie 4

Wykazać, że w dowolnym trójkącie trzy wysokości przecinają się w jednym punkcie
*Wskazówka:* bez straty ogólności umieścić 'wygodnie' wierzchołki trójkąta w układzie współrzędnych w $\mathbb{R}^2$, np tak, żeby miały współrzędne $(0,0)$, $(1,0)$ i $(a,b)$ dla $a, b \in \mathbb{R}$.

## Zadanie 5

Wykazać, że zbiór punktów w przestrzeni $\mathbb{R}^n$ równoodległych od dwóch różnych punktów jest przestrzenią afiniczną wymiaru $n-1$.