GAL II: zadania domowe, seria 8

Każde zadanie jest na 10 punktów, należy zrobić 4 zadania. Zadanie 5 jest odrobinę ambitniejsze, jego zrobienie (poza zadowoleniem prowadzącego, walorami edukacyjnymi itp.) będzie mieć dodatkowy pozytywny wpływ na ocenę z aktywności. Zadania można rozwiązywać w zespołach maksymalnie dwuosobowych, wystarczy, że rozwiązanie zanotuje jedna osoba (pod warunkiem, że obie podpiszą się pod rozwiązaniem). **Termin oddania zadań: 15.05.2013 godz. 17.00**.

Zadanie 1

Niech $\alpha = (1, 1, 2)$, $\beta = (2, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$ ze standardowym iloczynem skalarnym.

a) Wykaż, że wektory $\alpha, \alpha \times \beta, (\beta \times \alpha) \times \alpha$ tworzą bazę ortogonalną $\mathbb{R}^3$.

b) Znajdź współrzędne wektora β w tej bazie.

Zadanie 2

Niech forma dwuliniowa $h : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ będzie formą dwuliniową daną macierzą $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

a) Znaleźć bazę prostopadłą $\mathbb{R}^3$.

b) Niech $W_t = lin\{(1, 0, 0), (0, 1, t)\}$. Dla jakich wartości parametru t zachodzi $\mathbb{R}^3 = W_t \oplus W_t^{\perp}$?

Zadanie 3

Niech W będzie podprzestrzenią przestrzeni dwuliniowej V. Wykaż, że $dimW + dimW^{\perp} = dimV + dim(W \cap V^{\perp})$.
Uwaga: Jako $W^{\perp}$ (odp. $V^{\perp}$) rozumiemy wektory prostopadłe do wszystkich wektorów W (odp. V) w sensie określonej na V formy dwuliniowej. W szczególności przecięcie $W \cap W^{\perp}$ może być nietrywialne.

Zadanie 4

Niech $l_1 = (1, -1, 5) + lin\{(2, -2, -1)\}$ i $l_2 : \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = z + 4$ będą prostymi w przestrzeni afnicznej E^3 . Opisz wszystkie proste l spełniające warunek $\rho(l_1; l) = \rho(l_2; l) = 3$.

Zadanie 5

Niech $V = V_1 \oplus V_2$ będzie przestrzenią euklidesową. Pokazać, że jeżeli $\phi : V \to V$ jest rzutem na V_1 wzdłuż V_2, to $\phi^* : V \to V$ jest rzutem V na $V_2^{\perp}$ wzdłuż $V_1^{\perp}$.