

Analiza matematyczna II. Zakres na egzamin ustny (część pierwsza i druga)

1. Zasadnicze twierdzenie algebry (Twierdzenie 1), rozkład wielomianu zespolonego i wielomianu rzeczywistego na czynniki, przykłady.
2. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągów funkcyjnych: definicje, przykłady, porównanie, podstawowe własności.
3. Twierdzenie o zbieżności jednostajnej ciągu funkcji ciągłych (Twierdzenie 2) wraz z dowodem.
4. Charakteryzacja zbieżności jednostajnej ciągu funkcji za pomocą jednostajnego warunku Cauchy'ego (Twierdzenie 3) wraz z dowodem.
5. Zbieżność punktowa i jednostajna szeregów funkcyjnych: definicje, przykłady, własności.
6. Kryterium Weierstrassa zbieżności jednostajnej i bezwzględnej szeregów funkcyjnych (Twierdzenie 4) wraz z dowodem.
7. Co to są wielomiany Bernsteina i jak się je wykorzystuje do dowodu Twierdzenia Weierstrassa o jednostajnym przybliżaniu funkcji ciągłych wielomianami (Twierdzenie 5 i 6).
8. Co mówi twierdzenie o różniczkowaniu ciągów funkcyjnych (Twierdzenie 7) i szeregów funkcyjnych wraz z przykładami zastosowania.
9. Twierdzenie Arzeli-Ascoli (Twierdzenie 8) wraz z wytłumaczeniem wszystkich pojęć w nim występujących.
10. Definicja i przykłady szeregów potęgowych, wzór Cauchy'ego-Hadamarda (Twierdzenie 9), granica dolna i górna ciągu, promień, przedział i koło zbieżności szeregu potęgowego.
11. Twierdzenie o różniczkowaniu szeregów potęgowych (Twierdzenie 10) wraz z dowodem i wnioski z niego wypływające.
12. Twierdzenie Abela o ciągłości na krańcu przedziału zbieżności (Twierdzenie 11) wraz z przykładami zastosowania.
13. Funkcja pierwotna: definicja, przykłady, zależności pomiędzy dwoma funkcjami pierwotnymi tej samej funkcji na tym samym przedziale (Twierdzenie 6) wraz z dowodem.
14. Twierdzenie mówiące, że każda funkcja ciągła ma funkcję pierwotną (Twierdzenie 12) wraz z ideą dowodu.
15. Całka nieoznaczona: definicja, przykłady, podstawowe całki nieoznaczone.
16. Własności całek nieoznaczonych: liniowość, całkowanie przez części i przez podstawienie (Twierdzenia 7–9 wraz z dowodami).
17. Rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste (Twierdzenie 13) i całkowanie funkcji wymiernych.
18. Funkcje hiperboliczne i funkcje area: definicje, podstawowe własności, zastosowanie do liczenia całek z funkcji niewymiernych.
19. Całka oznaczona (całka Newtona): definicja (wraz z uzasadnieniem jej poprawności), przykłady.
20. Podstawowe własności całek oznaczonych: liniowość, wzór na całkowanie przez części i przez podstawienie, podział przedziału całkowania (Twierdzenia 10–13).
21. Monotoniczność całki (Twierdzenie 14) wraz z dowodem.
22. Twierdzenie o przejściu granicznym pod znakiem całki (Twierdzenie 14) wraz z dowodem.
23. Twierdzenie o przybliżaniu całki sumami całkowymi (Twierdzenie 15) wraz z przykładem zastosowania.
24. Wzór Wallisa (Twierdzenie 16) i Stirlinga (Twierdzenie 17) wraz z przykładami stosowania.
25. Twierdzenia o wartości średniej dla całek (Twierdzenie 19 i 20) wraz z przykładami stosowania.
26. Konstrukcja całki Riemanna (definicje podziału przedziału, sum górnych i dolnych Riemanna, całek górnych i dolnych Riemanna, funkcji całkownych w sensie Riemanna i całki Riemanna).
27. Charakteryzacja funkcji całkownych w sensie Riemanna (Twierdzenie 21) i klasy funkcji, które są całkowne w sensie Riemanna (Twierdzenia 22–24).

28. Długość krzywej: definicje łamanej wpisanej w krzywą, długości łamanej, długości krzywej i wzór na długość krzywej (Twierdzenie 25), przykłady.
29. Bryły obrotowe: wzory na objętość i pole powierzchni bocznej bryły obrotowej wraz z ich konstrukcją, przykłady.
30. Definicja całki niewłaściwej na przedziale nieskończonym, przykłady, warunek Cauchy'ego dla całek niewłaściwych (Twierdzenie 26).
31. Definicja zbieżności bezwzględnej i warunkowej dla całek niewłaściwych, kryteria zbieżności dla całek niewłaściwych (Twierdzenia 29 i 30), przykłady.
32. Kryterium całkowe zbieżności szeregów (Twierdzenie 28) wraz ze szkicem dowodu, przykłady zastosowania.
33. Definicja całki niewłaściwej na przedziale skończonym, przykłady, warunek Cauchy'ego (Twierdzenie 31).