

Egzamin pisemny z analizy matematycznej II. Zestaw A. 19 VI 2026.

Imię i Nazwisko:

Numer indeksu:

Zadanie 1. Zbadaj zbieżność punktową i jednostajną ciągu funkcyjnego

$$f_n(x) = nx^{2n}(1-x) \quad \text{dla } x \in [0, 1].$$

Zadanie 2. Rozwinąć w szereg potęgowy funkcję

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3}{(2x + 1)(3 - x)}.$$

Zadanie 3. Rozwinąć w szereg Taylora funkcję

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad \text{w otoczeniu punktu } x_0 = -1.$$

Zadanie 4. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx.$$

Zadanie 5. Korzystając z twierdzeń o różniczkowaniu i/lub całkowaniu szeregów potęgowych oblicz

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{25^n}.$$

Zadanie 6. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \frac{2}{n}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{n}{n}} \right).$$

Zadanie 7. Zbadać zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x}}.$$

Zadanie 8. Rozwinąć w rzeczywisty szereg Fouriera na przedziale $[-\pi, \pi]$ funkcję

$$f(x) = x^2 - \pi^2.$$

Egzamin pisemny z analizy matematycznej II. Zestaw B. 19 VI 2026.

Imię i Nazwisko:

Numer indeksu:

Zadanie 1. Zbadaj zbieżność punktową i jednostajną ciągu funkcyjnego

$$f_n(x) = x^{2n}(1 - x^{2n}) \quad \text{dla } x \in [0, 1].$$

Zadanie 2. Rozwinąć w szereg potęgowy funkcję

$$f(x) = \frac{3x^2 + 2}{(2 + x)(3x - 1)}.$$

Zadanie 3. Rozwinąć w szereg Taylora funkcję

$$f(x) = \frac{1}{x^3} \quad \text{w otoczeniu punktu } x_0 = 1.$$

Zadanie 4. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^4}{x^4 + 5x^2 + 4} dx.$$

Zadanie 5. Korzystając z twierdzeń o różniczkowaniu i/lub całkowaniu szeregów potęgowych oblicz

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+2)2^n}.$$

Zadanie 6. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \cdots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right).$$

Zadanie 7. Zbadać zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 + \sqrt{x}}.$$

Zadanie 8. Rozwinąć w rzeczywisty szereg Fouriera na przedziale $[-\pi, \pi]$ funkcję

$$f(x) = \pi^2 - x^2.$$