Egzamin poprawkowy z analizy matematycznej I. Zestaw A. 22 II 2024.

Imię i Nazwisko: .... Numer indeksu: ....

Zadanie 1. Korzystając z definicji wykaż, że

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n^3+1} = 0.$$

Zadanie 2. Oblicz granice:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt[3]{n^3+4n^2+3n+2} - n - 1)$,

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{2^n+5^n}{3^n+4^n}}$.

Zadanie 3. Zbadaj zbieżność szeregów:

a) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n}$,

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{[\sqrt{3}+3(-1)^n]^n}{n^7 4^n}$.

Zadanie 4. Zbadaj zbieżność i zbieżność bezwględną szeregów:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^p}$ w zależności od wyboru parametru $p \in \mathbb{R}$,

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin\frac{n\pi}{2}}{n^{1-(-2)^n}}$.

Zadanie 5. Dobierz parametry $a, b \in \mathbb{R}$ tak, aby funkcja

$$f(x) = \begin{cases} x-4 & \text{dla} \quad x \leqslant 0 \\ a\sin x + b\cos x & \text{dla} \quad x > 0 \end{cases} \quad \text{była różniczkowalna na } \mathbb{R}.$$

Zadanie 6. Korzystając z twierdzenia Lagrange'a wykaż, że

$$x \leqslant \arcsin x \leqslant \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{dla} \quad 0 \leqslant x < 1.$$

Egzamin poprawkowy z analizy matematycznej I. Zestaw B. 22 II 2024.

Imię i Nazwisko: .... Numer indeksu: ....

Zadanie 1. Korzystając z definicji wykaż, że

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n^3+1} = 0.$$

Zadanie 2. Oblicz granice:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt[3]{n^3+4n^2+n+1} - n - 1)$,

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{3^n+5^n}{6^n+2^n}}$.

Zadanie 3. Zbadaj zbieżność szeregów:

a) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{n}$,

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{[\sqrt{2}+2(-1)^n]^n}{n^5 3^n}$.

Zadanie 4. Zbadaj zbieżność i zbieżność bezwględną szeregów:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n-1}}{n^p}$ w zależności od wyboru parametru $p \in \mathbb{R}$,

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\cos\frac{n\pi}{2}}{n^{1+(-2)^n}}$.

Zadanie 5. Dobierz parametry $a, b \in \mathbb{R}$ tak, aby funkcja

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{dla} \quad x \leqslant 0 \\ a\sin x + b\cos x & \text{dla} \quad x > 0 \end{cases} \quad \text{była różniczkowalna na } \mathbb{R}.$$

Zadanie 6. Korzystając z twierdzenia Lagrange'a wykaż, że

$$x \leqslant \arcsin x \leqslant \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{dla} \quad 0 \leqslant x < 1.$$