# Zadania z analizy wektorowej. Część V

**Zadanie 41.** Sprawdzić, że wartość całki krzywoliniowej niezorientowanej nie zależy od parametryzacji na przykładzie całki $\int\limits_\gamma x^2 y\, ds$, jeśli $\gamma$ jest krzywą opisaną równaniami:

1. $x(t) = 2\cos(-t)$, $y(t) = 2\sin(-t)$, gdzie $t \in [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$;
2. $x(t) = t$, $y(t) = \sqrt{4 - t^2}$, gdzie $t \in [0, 2]$.

**Zadanie 42.** Obliczyć podane całki krzywoliniowe niezorientowane po wskazanych krzywych:

1. $\int\limits_\gamma xy\, ds$, gdzie $\gamma$ — brzeg kwadratu $|x| + |y| \leqslant 1$;
2. $\int\limits_\gamma \frac{xy}{z}\, ds$, gdzie $\gamma$ — odcinek łączący punkty $(1, 1, 1)$ i $(2, 3, 4)$.

**Zadanie 43.** Obliczyć podane całki krzywoliniowe zorientowane z pola wektorowego $F$ po krzywej $\gamma$ dla

1. $F(x, y) = (y, -x^2)$, $\gamma$ — krzywa $x(t) = t$, $y(t) = \frac{1}{2}t^2$, gdzie $t \in [0, 2]$;
2. $F(x, y) = (x + y, x - y)$, $\gamma$ — krzywa $x(t) = 2\cos t$, $y(t) = 4\sin t$, gdzie $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$.

**Zadanie 44.** Sprawdzić, że podane całki krzywoliniowe zorientowane nie zależą od kształtu krzywej całkowania i następnie obliczyć je:

1. $\int\limits_\gamma 2xy^3\, dx + 3x^2y^2\, dy$, $\gamma$ — krzywa o początku $A = (-2, 2)$ i końcu $B = (-1, 0)$;
2. $\int\limits_\gamma y \sin x\, dx - \cos x\, dy$, $\gamma$ — krzywa o początku $A = (0, 1)$ i końcu $B = (\pi, -1)$.

**Zadanie 45.** Korzystając z twierdzenia Greena obliczyć podane całki krzywoliniowe zorientowane po krzywych dodatnio zorientowanych względem swego wnętrza:

1. $\oint\limits_\gamma (1 - x^2)y\, dx + x(1 + y^2)\, dy$, $\gamma$ — okrąg $x^2 + y^2 = 1$;
2. $\oint\limits_\gamma (x^2 + y)\, dx + (x + y^2)\, dy$, $\gamma$ — brzeg trójkąta o wierzchołkach $A = (1, 1)$, $B = (3, 2)$, $C = (2, 5)$ zorientowanym dodatnio.