

Analiza wektorowa. Kolokwium nr I. 9 grudnia 2016. Zestaw A.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^4 + |xy|} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x, y, z) = 5x^y + 7z^2$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (1, 2, 3)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x, y, z) .

Zadanie 3. Niech $\varphi(t) = (t, \sin t + 1)$. Wykaż, że φ jest dyfeomorfizmem \mathbb{R} na $\varphi(\mathbb{R})$. Znajdź przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do $\varphi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0, 1)$.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema globalne funkcji $f(x, y) = x^3 - 3x + 2y^2 - y + 5$ na zbiorze $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$.

Zadanie 5. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^4 + 2xy + x - y^3 + y = 0$ w punkcie $(1, 2)$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr I. 9 grudnia 2016. Zestaw B.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2 + |xy|} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x, y, z) = \sin(x + 2yz^2) + 5y^2$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (2, 1, 3)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x, y, z) .

Zadanie 3. Niech $\varphi(t) = (2t, t^3 + 1)$. Wykaż, że φ jest dyfeomorfizmem \mathbb{R} na $\varphi(\mathbb{R})$. Znajdź przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do $\varphi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0, 1)$.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema globalne funkcji $f(x, y) = y^2 - y + x^3 - x^2$ na zbiorze $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

Zadanie 5. Napisz równanie stycznej do krzywej $\sin y + 2xy + x - y^3 + y - 1 = 0$ w punkcie $(1, 0)$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr I. 9 grudnia 2016. Zestaw C.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^4 + y^4 + |xy|} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x, y, z) = 5x^y - 7z^2$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (3, 2, 1)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x, y, z) .

Zadanie 3. Niech $\varphi(t) = (t, -\sin t + 1)$. Wykaż, że φ jest dyfeomorfizmem \mathbb{R} na $\varphi(\mathbb{R})$. Znajdź przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do $\varphi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0, 1)$.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema globalne funkcji $f(x, y) = -x^3 + 3x - 2y^2 + y + 2$ na zbiorze $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$.

Zadanie 5. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^4 + 2xy + x - y^3 + y = 0$ w punkcie $(1, 2)$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr I. 9 grudnia 2016. Zestaw D.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2 + 5|xy|} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x, y, z) = \sin(x - 2yz^2) + 5y^2$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (2, 4, 6)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x, y, z) .

Zadanie 3. Niech $\varphi(t) = (4t, -t^3 + 1)$. Wykaż, że φ jest dyfeomorfizmem \mathbb{R} na $\varphi(\mathbb{R})$. Znajdź przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do $\varphi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0, 1)$.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema globalne funkcji $f(x, y) = -y^2 + y - x^3 + x^2$ na zbiorze $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

Zadanie 5. Napisz równanie stycznej do krzywej $\sin y + 2xy + x - y^3 + y - 1 = 0$ w punkcie $(1, 0)$.