

Analiza wektorowa. Kolokwium nr I. 9 grudnia 2016. Zestaw A.

Zadanie 1. Zbadaj istnienie granic: $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2+y^4})$, $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2+y^4})$ i $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2+y^4}$.

Zadanie 2. Zbadaj różniczkowalność funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 3. Niech $f = f(s, t)$ będzie klasy C^1 . Znajdź pochodne cząstkowe $g(x, y, z) = f(x^2 + 3y, \frac{y}{z^2} + 2x)$.

Zadanie 4. Niech $\varphi(x, y) = (\sin(x + y), x^2 + 2y + 2)$. Znajdź pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania φ . Czy odwzorowanie φ jest odwracalne w otoczeniu punktu $(x, y) = (0, 0)$? Jeśli tak, to oblicz macierz różniczki odwzorowania odwrotnego $D\varphi^{-1}(\varphi(0, 0))$.

Zadanie 5. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^4 + 2xy + x^3 - 5y^3 + y = 0$ w punkcie $(1, 1)$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr I. 9 grudnia 2016. Zestaw B.

Zadanie 1. Zbadaj istnienie granic: $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{x^4y}{x^4+y^4})$, $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4y}{x^4+y^4})$ i $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^4y}{x^4+y^4}$.

Zadanie 2. Zbadaj różniczkowalność funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 3. Niech $f = f(s, t)$ będzie klasy C^1 . Znajdź pochodne cząstkowe $g(x, y, z) = f(x - 3y - 6xz, \sin(4xy^3))$.

Zadanie 4. Niech $\varphi(x, y) = (\ln x + 2y, \sin(x - y))$. Znajdź pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania φ . Czy odwzorowanie φ jest odwracalne w otoczeniu punktu $(x, y) = (1, 1)$? Jeśli tak, to oblicz macierz różniczki odwzorowania odwrotnego $D\varphi^{-1}(\varphi(1, 1))$.

Zadanie 5. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^4 - 2xy - x - y^3 - y = 8$ w punkcie $(2, 1)$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr I. 9 grudnia 2016. Zestaw A.

Zadanie 1. Zbadaj istnienie granic: $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2+y^4})$, $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2+y^4})$ i $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2+y^4}$.

Zadanie 2. Zbadaj różniczkowalność funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 3. Niech $f = f(s, t)$ będzie klasy C^1 . Znajdź pochodne cząstkowe $g(x, y, z) = f(x^2 + 3y, \frac{y}{z^2} + 2x)$.

Zadanie 4. Niech $\varphi(x, y) = (\sin(x + y), x^2 + 2y + 2)$. Znajdź pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania φ . Czy odwzorowanie φ jest odwracalne w otoczeniu punktu $(x, y) = (0, 0)$? Jeśli tak, to oblicz macierz różniczki odwzorowania odwrotnego $D\varphi^{-1}(\varphi(0, 0))$.

Zadanie 5. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^4 + 2xy + x^3 - 5y^3 + y = 0$ w punkcie $(1, 1)$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr I. 9 grudnia 2016. Zestaw B.

Zadanie 1. Zbadaj istnienie granic: $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{x^4y}{x^4+y^4})$, $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4y}{x^4+y^4})$ i $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^4y}{x^4+y^4}$.

Zadanie 2. Zbadaj różniczkowalność funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 3. Niech $f = f(s, t)$ będzie klasy C^1 . Znajdź pochodne cząstkowe $g(x, y, z) = f(x - 3y - 6xz, \sin(4xy^3))$.

Zadanie 4. Niech $\varphi(x, y) = (\ln x + 2y, \sin(x - y))$. Znajdź pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania φ . Czy odwzorowanie φ jest odwracalne w otoczeniu punktu $(x, y) = (1, 1)$? Jeśli tak, to oblicz macierz różniczki odwzorowania odwrotnego $D\varphi^{-1}(\varphi(1, 1))$.

Zadanie 5. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^4 - 2xy - x - y^3 - y = 8$ w punkcie $(2, 1)$.