Ćwiczenia z analizy wektorowej. Zestaw III

Zadanie 16. Zbadać, czy funkcja $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ jest klasy C^1, gdzie:

1. $f(x,y) = x \sin \sqrt{x^2+y^2}$
2. $f(x,y) = x \cos \sqrt{x^2+y^2}$

Zadanie 17. Niech $g(x,y,z) = x + yz$. Znaleźć $f'(t)$, gdzie $f(t) = g(\sin t, \cos t, t^2)$.

Zadanie 18 . Pokazać, że funkcja $u(x,y) = x^n f(\frac{y}{x^2})$, gdzie f — dowolna funkcja różniczkowalna, spełnia równanie $x\frac{\partial u}{\partial x} + 2y\frac{\partial u}{\partial y} = nu$.

Zadanie 19. Niech $u(x,y,z) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{6}x^3(y+z) + \frac{1}{2}x^2yz + f(y-x, z-x)$, gdzie f — dowolna funkcja różniczkowalna. Obliczyć $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$.

Zadanie 20. Niech $f(x,y) = 2x^2 - x + y^2 - y$ i $F = \{(x,y)\colon x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ x+y \leqslant 1\}$. Wyznaczyć $\max\limits_F f$ i $\min\limits_F f$.

Zadanie 21. Znaleźć $\sup\limits_F f$ i $\inf\limits_F f$, gdzie $f(x,y) = (x+y)e^{-x^2-y^2}$ i $F = \{(x,y)\colon x \geqslant 0,\ y \geqslant 0\}$.

Zadanie 22. Niech $f(x,y,z) = 2x - 3y + z$ i $F = \{(x,y,z)\colon x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ z \geqslant 0,\ x+y+z \leqslant 1\}$. Wyznaczyć $\max\limits_F f$ i $\min\limits_F f$.