Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw A.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2+xy} & \text{dla} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{dla} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x,y,z) = \frac{\cos(x^2y+z^2)}{y^2+1}$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (2,1,3)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x,y,z).

Zadanie 3. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na zbiór $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\colon\ 0 < 2x+3y < 6,\ 0 < x < y < 4x\}$. Narysuj ten zbiór.

Zadanie 4. Wykaż, że odwzorowanie $\phi(t) = (\cos t, t, \sin t, t)$ jest dyfeomorfizmem $\mathbb{R}$ na obraz $\phi(\mathbb{R})$. Znajdź przestrzeń styczną do $\varphi(\mathbb{R})$ w punkcie $(1,0,0,0)$.

Zadanie 5. Znajdź ekstrema funkcji $f(x,y) = 6-2x^2+xy-y^2$ na zbiorze $F = [-1,1]\times[-1,1]$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw B.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy\sin y}{x^2+y^2+x^4} & \text{dla} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{dla} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x,y,z) = z\ln(x^2y+z^2)$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (4,2,1)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x,y,z).

Zadanie 3. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na zbiór $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\colon\ 0 < x+4y < 5,\ 0 < y < 2x < 3y\}$. Narysuj ten zbiór.

Zadanie 4. Wykaż, że odwzorowanie $\phi(t) = (\sin t, \cos t, t, t^2)$ jest dyfeomorfizmem $\mathbb{R}$ na obraz $\phi(\mathbb{R})$. Znajdź przestrzeń styczną do $\varphi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0,1,0,0)$.

Zadanie 5. Znajdź ekstrema funkcji $f(x,y) = x^2-xy+3y^2-8$ na zbiorze $F = [-1,1]\times[-1,1]$.