Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw I.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość funkcji $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+2y^2} & \text{dla} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{dla} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x,y,z) = \frac{\cos(xy+z^2)}{x^2+2}$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (1,4,2)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x,y,z).

Zadanie 3. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na zbiór $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\colon\ 0 < \sqrt{x+y} < 10,\ 0 < x < y < 5x\}$.

Zadanie 4. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^3 + x - y^3 - y = 0$ w punkcie $(1,1)$.

Zadanie 5. Zbadać, czy zbiór S jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p,S)$ i $N(p,S)$, gdzie $p = (1,1,1)$ i $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 - 3z + 2 = 0,\ 4x^2 + y + 4z^2 = 9\}$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw II.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość funkcji $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^4} & \text{dla} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{dla} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x,y,z) = y^2 e^{xz^3+y}$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (2,0,1)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x,y,z).

Zadanie 3. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na zbiór $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\colon\ 1 < e^{x+2y} < 5,\ 2 < e^{x-y} < 3\}$.

Zadanie 4. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^3 - x^5 = y^1 - y^3$ w punkcie $(1,1)$.

Zadanie 5. Zbadać, czy zbiór S jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p,S)$ i $N(p,S)$, gdzie $p = (1,1,1)$ i $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^4 - 2y + 1 = 0,\ 3x^2 + 5y^2 + z = 9\}$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw III.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość funkcji $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy+y^3}{x^2+y^2} & \text{dla} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{dla} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x,y,z) = z\ln(z^2+x^2y^4+1)$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (1,2,0)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x,y,z).

Zadanie 3. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na zbiór $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\colon\ 3 < \sqrt{x^2+y^2} < 7,\ 0 < 2x < y < 4x\}$.

Zadanie 4. Napisz równanie stycznej do krzywej $1 + x^3 + y^3 = e^{x+y}$ w punkcie $(0,0)$.

Zadanie 5. Zbadać, czy zbiór S jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p,S)$ i $N(p,S)$, gdzie $p = (1,1,1)$ i $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ 3y - 5z^3 + 2 = 0,\ x + 9y^2 + 6z^2 = 16\}$.

Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw IV.

Zadanie 1. Zbadaj ciągłość funkcji $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4} & \text{dla} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{dla} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

Zadanie 2. Niech $f(x,y,z) = \frac{\cos(x^2+y+7zy)}{x^3+1}$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w kierunku wektora $h = (0,1,3)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie (x,y,z).

Zadanie 3. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na zbiór $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\colon\ 4 < x^2 + y^2 < 9,\ 0 < 3x < y < 9x\}$.

Zadanie 4. Napisz równanie stycznej do krzywej $x^2 + y^2 - 3xy + x = 0$ w punkcie $(1,1)$.

Zadanie 5. Zbadać, czy zbiór S jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p,S)$ i $N(p,S)$, gdzie $p = (1,2,0)$ i $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ 3x - 3 - z^3 = 0,\ x^2 + 4y + 4z^2 = 9\}$.