

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 2. Zestaw I.

**Zadanie 1.** Niech  $f = f(u, v)$  funkcja dwukrotnie różniczkowalna. Znaleźć pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji  $g(x, y) = f(xe^y, \sin y)$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = 3x^2 - 12x + y^2 - 2y - 5$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema funkcji  $f(x, y) = 4x - y + 3$  na zbiorze  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$ .

**Zadanie 4.** Napisać wzór Taylora względem punktu  $(2, 1)$  dla funkcji  $f(x, y) = 2xy + y^2 - 2x^2 + 3x + 2y + 1$ .

**Zadanie 5.** Oblicz całkę podwójną  $\iint_D \frac{x}{y} dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y, y^2 \leq x, y > 1/e\}$ .

**Zadanie 6.** Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe oblicz całkę podwójną  $\iint_D (xy^2 + 2x) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y > 0, y < x\}$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 2. Zestaw II.

**Zadanie 1.** Niech  $f = f(u, v)$  funkcja dwukrotnie różniczkowalna. Znaleźć pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji  $g(x, y) = f(\ln y, xy^2)$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = -2x^2 + 4x - y^2 + 10y + 3$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema funkcji  $f(x, y) = x + 6y - 5$  na zbiorze  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$ .

**Zadanie 4.** Napisać wzór Taylora względem punktu  $(2, 1)$  dla funkcji  $f(x, y) = x^2 + 4xy - 2y^2 - x + 2y + 4$ .

**Zadanie 5.** Oblicz całkę podwójną  $\iint_D (y^2 - xy) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y, x \leq 2y - y^2\}$ .

**Zadanie 6.** Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe oblicz całkę podwójną  $\iint_D (x^2 + y^2 - y) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x > 0, y > x\}$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 2. Zestaw III.

**Zadanie 1.** Niech  $f = f(u, v)$  funkcja dwukrotnie różniczkowalna. Znaleźć pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji  $g(x, y) = f(x, \cos(x + y^2))$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = x^2 + 8x + 2y^2 - 28y - 6$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema funkcji  $f(x, y) = 2x - 5y + 3$  na zbiorze  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 = 9\}$ .

**Zadanie 4.** Napisać wzór Taylora względem punktu  $(-1, 1)$  dla funkcji  $f(x, y) = y^2 + 2x^2 - 3xy + 4x - 3y + 3$ .

**Zadanie 5.** Oblicz całkę podwójną  $\iint_D (x^3y - x) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 2x, y \leq 4x - x^2\}$ .

**Zadanie 6.** Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe oblicz całkę podwójną  $\iint_D (x^2 - 2xy) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y > 0, x < 0\}$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 2. Zestaw IV.

**Zadanie 1.** Niech  $f = f(u, v)$  funkcja dwukrotnie różniczkowalna. Znaleźć pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji  $g(x, y) = f(e^{xy}, x^2)$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = -x^2 + 6x - 4y^2 + 8y + 2$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema funkcji  $f(x, y) = 3x - y + 1$  na zbiorze  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 = 16\}$ .

**Zadanie 4.** Napisać wzór Taylora względem punktu  $(1, 2)$  dla funkcji  $f(x, y) = 2x^2 - 3y^2 + 4xy + x - y - 7$ .

**Zadanie 5.** Oblicz całkę podwójną  $\iint_D (4x^2 - 2xy) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x, y \leq -x - x^2\}$ .

**Zadanie 6.** Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe oblicz całkę podwójną  $\iint_D (x^2 - y^2 + 3x) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y > 0, y < -x\}$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 2. Zestaw I.

**Zadanie 1.** Niech  $f = f(u, v)$  funkcja dwukrotnie różniczkowalna. Znaleźć pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji  $g(x, y) = f(xe^y, \sin y)$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = 3x^2 - 12x + y^2 - 2y - 5$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema funkcji  $f(x, y) = 4x - y + 3$  na zbiorze  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$ .

**Zadanie 4.** Napisać wzór Taylora względem punktu  $(2, 1)$  dla funkcji  $f(x, y) = 2xy + y^2 - 2x^2 + 3x + 2y + 1$ .

**Zadanie 5.** Oblicz całkę podwójną  $\iint_D \frac{x}{y} dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y, y^2 \leq x, y > 1/e\}$ .

**Zadanie 6.** Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe oblicz całkę podwójną  $\iint_D (xy^2 + 2x) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y > 0, y < x\}$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 2. Zestaw II.

**Zadanie 1.** Niech  $f = f(u, v)$  funkcja dwukrotnie różniczkowalna. Znaleźć pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji  $g(x, y) = f(\ln y, xy^2)$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = -2x^2 + 4x - y^2 + 10y + 3$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema funkcji  $f(x, y) = x + 6y - 5$  na zbiorze  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$ .

**Zadanie 4.** Napisać wzór Taylora względem punktu  $(2, 1)$  dla funkcji  $f(x, y) = x^2 + 4xy - 2y^2 - x + 2y + 4$ .

**Zadanie 5.** Oblicz całkę podwójną  $\iint_D (y^2 - xy) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y, x \leq 2y - y^2\}$ .

**Zadanie 6.** Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe oblicz całkę podwójną  $\iint_D (x^2 + y^2 - y) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x > 0, y > x\}$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 2. Zestaw III.

**Zadanie 1.** Niech  $f = f(u, v)$  funkcja dwukrotnie różniczkowalna. Znaleźć pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji  $g(x, y) = f(x, \cos(x + y^2))$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = x^2 + 8x + 2y^2 - 28y - 6$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema funkcji  $f(x, y) = 2x - 5y + 3$  na zbiorze  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 = 9\}$ .

**Zadanie 4.** Napisać wzór Taylora względem punktu  $(-1, 1)$  dla funkcji  $f(x, y) = y^2 + 2x^2 - 3xy + 4x - 3y + 3$ .

**Zadanie 5.** Oblicz całkę podwójną  $\iint_D (x^3y - x) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 2x, y \leq 4x - x^2\}$ .

**Zadanie 6.** Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe oblicz całkę podwójną  $\iint_D (x^2 - 2xy) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y > 0, x < 0\}$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 2. Zestaw IV.

**Zadanie 1.** Niech  $f = f(u, v)$  funkcja dwukrotnie różniczkowalna. Znaleźć pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji  $g(x, y) = f(e^{xy}, x^2)$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = -x^2 + 6x - 4y^2 + 8y + 2$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema funkcji  $f(x, y) = 3x - y + 1$  na zbiorze  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 = 16\}$ .

**Zadanie 4.** Napisać wzór Taylora względem punktu  $(1, 2)$  dla funkcji  $f(x, y) = 2x^2 - 3y^2 + 4xy + x - y - 7$ .

**Zadanie 5.** Oblicz całkę podwójną  $\iint_D (4x^2 - 2xy) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x, y \leq -x - x^2\}$ .

**Zadanie 6.** Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe oblicz całkę podwójną  $\iint_D (x^2 - y^2 + 3x) dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y > 0, y < -x\}$ .