Egzamin z analizy wektorowej. Zestaw A. 29 I 2019.

Imię i Nazwisko: .... Numer indeksu: ....

Zadanie 1. Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y\sin y}{x^2+y^2+x^4} & \text{dla} \quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & \text{dla} \quad (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

Zadanie 2. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji uwikłanej $y=y(x)$ określonej równaniem $2x^3+y^3-8xy=0$.

Zadanie 3. Zbadać, czy zbiór $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ x^2+2y^2+3z^2=9,\ 4x-2y-z=0\}$ jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p,S)$ i $N(p,S)$, gdzie $p=(1,2,0)\in S$.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema funkcji $f(x,y)=x^2+xy-y^2$ na zbiorze $F=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ |x|+|y|\leqslant 2\}$.

Zadanie 5. Napisać wzór Taylora do pochodnych rzędu 2 względem punktu $(2,1)$ dla funkcji $f(x,y)=1/\sqrt{9-x^2-y^2}$.

Zadanie 6. Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne sferyczne φ, ψ i r obliczyć całkę $\iiint\limits_U z^2\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dxdydz$, gdzie U jest obszarem ograniczonym powierzchniami: $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$, $z=0$.

Zadanie 7. Obliczyć całkę krzywoliniową niezorientowaną $\int\limits_\gamma(y^2+x^2y)\,dl$, gdzie γ — odcinek łącząca punkty $(1,2)$ i $(4,4)$.

Zadanie 8. Sprawdzić, czy całka krzywoliniowa zorientowana nie zależy od kształtu krzywej całkowania i jeśli tak to ją obliczyć. $\int\limits_{\gamma_{AB}}(4xy^3+\frac{1}{x})\,dx+(6x^2y^2-ye^y)\,dy$, gdzie γ_{AB} — krzywa o początku $A=(2,1)$ i końcu $B=(4,2)$.

Egzamin z analizy wektorowej. Zestaw B. 29 I 2019.

Imię i Nazwisko: .... Numer indeksu: ....

Zadanie 1. Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy^2\sin y}{x^2+y^2+x^4} & \text{dla} \quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & \text{dla} \quad (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

Zadanie 2. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji uwikłanej $y=y(x)$ określonej równaniem $x^2+y^2-4xy-x+2y=0$.

Zadanie 3. Zbadać, czy zbiór $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ 4x^2+y^2+z^2=9,\ 3x-2y+z=0\}$ jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p,S)$ i $N(p,S)$, gdzie $p=(1,2,1)\in S$.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema funkcji $f(x,y)=x^2+xy+2y$ na zbiorze $F=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ |x|+|y|\leqslant 4\}$.

Zadanie 5. Napisać wzór Taylora do pochodnych rzędu 2 względem punktu $(1,2)$ dla funkcji $f(x,y)=e^x/(x^2+y^2)$.

Zadanie 6. Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne sferyczne φ, ψ i r obliczyć podane całkę $\iiint\limits_U\frac{dxdydz}{x^2+y^2+z^2+1}$, gdzie U jest obszarem ograniczonym powierzchniami: $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$, $z=0$.

Zadanie 7. Obliczyć całkę krzywoliniową niezorientowaną $\int\limits_\gamma((x+y)^2-xy)\,dl$, gdzie γ — odcinek łącząca punkty $(1,1)$ i $(3,2)$.

Zadanie 8. Sprawdzić, czy całka krzywoliniowa zorientowana nie zależy od kształtu krzywej całkowania i jeśli tak to ją obliczyć. $\int\limits_{\gamma_{AB}}(2xy^3+\frac{1}{x^2})\,dx+(3x^2y^2+\frac{1}{y+1})\,dy$, gdzie γ_{AB} — krzywa o początku $A=(1,2)$ i końcu $B=(4,1)$.

Egzamin z analizy wektorowej. Zestaw A. 29 I 2019.

Imię i Nazwisko: .... Numer indeksu: ....

Zadanie 1. Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y \sin y}{x^2+y^2+x^4} & \text{dla} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{dla} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases} .$$

Zadanie 2. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji uwikłanej $y = y(x)$ określonej równaniem $2x^3 + y^3 - 8xy = 0$.

Zadanie 3. Zbadać, czy zbiór $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 9, \ 4x - 2y - z = 0\}$ jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p,S)$ i $N(p,S)$, gdzie $p = (1,2,0) \in S$.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema funkcji $f(x,y) = x^2 + xy - y^2$ na zbiorze $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ |x| + |y| \leqslant 2\}$.

Zadanie 5. Napisać wzór Taylora do pochodnych rzędu 2 względem punktu $(2,1)$ dla funkcji $f(x,y) = 1/\sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

Zadanie 6. Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne sferyczne φ, ψ i r obliczyć całkę $\iiint\limits_U z^2 \sqrt{x^2+y^2+z^2}\, dxdydz$, gdzie U jest obszarem ograniczonym powierzchniami: $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $z = 0$.

Zadanie 7. Obliczyć całkę krzywoliniową niezorientowaną $\int\limits_\gamma (y^2 + x^2 y)\, dl$, gdzie γ — odcinek łącząca punkty $(1,2)$ i $(4,4)$.

Zadanie 8. Sprawdzić, czy całka krzywoliniowa zorientowana nie zależy od kształtu krzywej całkowania i jeśli tak to ją obliczyć. $\int\limits_{\gamma_{AB}} (4xy^3 + \frac{1}{x})\, dx + (6x^2y^2 - ye^y)\, dy$, gdzie γ_{AB} — krzywa o początku $A = (2,1)$ i końcu $B = (4,2)$.

Egzamin z analizy wektorowej. Zestaw B. 29 I 2019.

Imię i Nazwisko: .... Numer indeksu: ....

Zadanie 1. Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x y^2 \sin y}{x^2+y^2+x^4} & \text{dla} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{dla} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases} .$$

Zadanie 2. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji uwikłanej $y = y(x)$ określonej równaniem $x^2+y^2-4xy-x+2y = 0$.

Zadanie 3. Zbadać, czy zbiór $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 4x^2 + y^2 + z^2 = 9, \ 3x - 2y + z = 0\}$ jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p,S)$ i $N(p,S)$, gdzie $p = (1,2,1) \in S$.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema funkcji $f(x,y) = x^2 + xy + 2y$ na zbiorze $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ |x| + |y| \leqslant 4\}$.

Zadanie 5. Napisać wzór Taylora do pochodnych rzędu 2 względem punktu $(1,2)$ dla funkcji $f(x,y) = e^x/(x^2 + y^2)$.

Zadanie 6. Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne sferyczne φ, ψ i r obliczyć podane całkę $\iiint\limits_U \frac{dxdydz}{x^2+y^2+z^2+1}$, gdzie U jest obszarem ograniczonym powierzchniami: $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, $z = 0$.

Zadanie 7. Obliczyć całkę krzywoliniową niezorientowaną $\int\limits_\gamma ((x+y)^2 - xy)\, dl$, gdzie γ — odcinek łącząca punkty $(1,1)$ i $(3,2)$.

Zadanie 8. Sprawdzić, czy całka krzywoliniowa zorientowana nie zależy od kształtu krzywej całkowania i jeśli tak to ją obliczyć. $\int\limits_{\gamma_{AB}} (2xy^3 + \frac{1}{x^2})\, dx + (3x^2y^2 + \frac{1}{y+1})\, dy$, gdzie γ_{AB} — krzywa o początku $A = (1,2)$ i końcu $B = (4,1)$.