

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw I.

**Zadanie 1.** Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 \sin x}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .

**Zadanie 2.** Niech  $\varphi(t) = (t, t \sin(t^2 + 1), \cos t)$ . Wykaż, że  $\varphi$  jest dyfeomorfizmem  $\mathbb{R}$  na  $\varphi(\mathbb{R})$ . Znajdź przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do  $\varphi(\mathbb{R})$  w punkcie  $(0, 0, 1)$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema globalne funkcji  $f(x, y) = x^3 - \frac{3}{4}x + y^2 - y + 1$  na zbiorze  $F = [-1, 1] \times [-1, 1]$ .

**Zadanie 4.** Niech  $\varphi(x, y) = (\sin(x + y)e^y, \arctg(x + y^2))$ . Znajdź pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jakobian odwzorowania  $\varphi$ . Czy odwzorowanie  $\varphi$  jest odwracalne w otoczeniu punktu  $(x, y) = (0, 0)$ ? Jeśli tak, to oblicz macierz różniczkowania odwrotnego  $D\varphi^{-1}(\varphi(0, 0))$ .

**Zadanie 5.** Wyznacz ekstrema lokalne funkcji uwikłanej  $y = y(x)$  określonej równaniem  $x^2 + y^2 - 4xy + 3y = 0$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw II.

**Zadanie 1.** Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy \sin y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .

**Zadanie 2.** Niech  $\varphi(t) = (t, e^t \cos(t), \ln(t^2 + 1))$ . Wykaż, że  $\varphi$  jest dyfeomorfizmem  $\mathbb{R}$  na  $\varphi(\mathbb{R})$ . Znajdź przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do  $\varphi(\mathbb{R})$  w punkcie  $(0, 1, 0)$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema globalne funkcji  $f(x, y) = -y^3 + \frac{3}{4}y - x^2 + x + 3$  na zbiorze  $F = [-1, 1] \times [-1, 1]$ .

**Zadanie 4.** Niech  $\varphi(x, y) = (x + 2 \ln y, \sin(2x - y - 1))$ . Znajdź pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jakobian odwzorowania  $\varphi$ . Czy odwzorowanie  $\varphi$  jest odwracalne w otoczeniu punktu  $(x, y) = (1, 1)$ ? Jeśli tak, to oblicz macierz różniczkowania odwrotnego  $D\varphi^{-1}(\varphi(1, 1))$ .

**Zadanie 5.** Wyznacz ekstrema lokalne funkcji uwikłanej  $y = y(x)$  określonej równaniem  $x^2 + 2y^2 - 2xy + 4y = 0$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw I.

**Zadanie 1.** Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 \sin x}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .

**Zadanie 2.** Niech  $\varphi(t) = (t, t \sin(t^2 + 1), \cos t)$ . Wykaż, że  $\varphi$  jest dyfeomorfizmem  $\mathbb{R}$  na  $\varphi(\mathbb{R})$ . Znajdź przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do  $\varphi(\mathbb{R})$  w punkcie  $(0, 0, 1)$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema globalne funkcji  $f(x, y) = x^3 - \frac{3}{4}x + y^2 - y + 1$  na zbiorze  $F = [-1, 1] \times [-1, 1]$ .

**Zadanie 4.** Niech  $\varphi(x, y) = (\sin(x + y)e^y, \arctg(x + y^2))$ . Znajdź pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jakobian odwzorowania  $\varphi$ . Czy odwzorowanie  $\varphi$  jest odwracalne w otoczeniu punktu  $(x, y) = (0, 0)$ ? Jeśli tak, to oblicz macierz różniczkowania odwrotnego  $D\varphi^{-1}(\varphi(0, 0))$ .

**Zadanie 5.** Wyznacz ekstrema lokalne funkcji uwikłanej  $y = y(x)$  określonej równaniem  $x^2 + y^2 - 4xy + 3y = 0$ .

### Analiza wektorowa. Kolokwium nr 1. Zestaw II.

**Zadanie 1.** Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy \sin y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .

**Zadanie 2.** Niech  $\varphi(t) = (t, e^t \cos(t), \ln(t^2 + 1))$ . Wykaż, że  $\varphi$  jest dyfeomorfizmem  $\mathbb{R}$  na  $\varphi(\mathbb{R})$ . Znajdź przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do  $\varphi(\mathbb{R})$  w punkcie  $(0, 1, 0)$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstrema globalne funkcji  $f(x, y) = -y^3 + \frac{3}{4}y - x^2 + x + 3$  na zbiorze  $F = [-1, 1] \times [-1, 1]$ .

**Zadanie 4.** Niech  $\varphi(x, y) = (x + 2 \ln y, \sin(2x - y - 1))$ . Znajdź pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jakobian odwzorowania  $\varphi$ . Czy odwzorowanie  $\varphi$  jest odwracalne w otoczeniu punktu  $(x, y) = (1, 1)$ ? Jeśli tak, to oblicz macierz różniczkowania odwrotnego  $D\varphi^{-1}(\varphi(1, 1))$ .

**Zadanie 5.** Wyznacz ekstrema lokalne funkcji uwikłanej  $y = y(x)$  określonej równaniem  $x^2 + 2y^2 - 2xy + 4y = 0$ .