

Analiza wektorowa. 26 listopada 2021. Kolokwium nr 1. Zestaw A.

Zadanie 1. Zbadaj istnienie granic: $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{2xy}{x^4+y^2})$, $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2xy}{x^4+y^2})$ i $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2xy}{x^4+y^2}$.

Zadanie 2. Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y \sin y}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 3. Niech $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2+1}$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w punkcie (x, y, z) w kierunku wektora $h = (1, 1, 2)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie $(1, 2, -1)$.

Zadanie 4. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na obszar $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 0 < 2y < 5x < 4y, 1 < y - x < 2\}$.

Zadanie 5. Pokazać, że odwzorowanie $\phi(t) = (\sin t, t, \cos t)$ jest dyfeomorfizmem $\mathbb{R}$ na obraz $\phi(\mathbb{R})$. Znaleźć przestrzeń styczną i prostą styczną do $\phi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0, \pi, -1)$.

Analiza wektorowa. 26 listopada 2021. Kolokwium nr 1. Zestaw B.

Zadanie 1. Zbadaj istnienie granic: $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2+y^4})$, $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2+y^4})$ i $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2}{x^2+y^4}$.

Zadanie 2. Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 3. Niech $f(x, y, z) = \frac{\sin(x)+zy}{y^2+1}$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w punkcie (x, y, z) w kierunku wektora $h = (2, 1, 2)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie $(1, 0, 2)$.

Zadanie 4. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na obszar $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 1 < x + y < 2, 0 < x < y < 3x, \}$.

Zadanie 5. Pokazać, że odwzorowanie $\phi(t) = (t^3, \sin t, \cos t)$ jest dyfeomorfizmem $\mathbb{R}$ na obraz $\phi(\mathbb{R})$. Znaleźć przestrzeń styczną i prostą styczną do $\phi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0, 0, 1)$.

Analiza wektorowa. 26 listopada 2021. Kolokwium nr 1. Zestaw C.

Zadanie 1. Zbadaj istnienie granic: $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{x^2 y}{x^4+y^2})$, $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 y}{x^4+y^2})$ i $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^4+y^2}$.

Zadanie 2. Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 3. Niech $f(x, y, z) = \frac{y+z^2}{e^{2x+z}}$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w punkcie (x, y, z) w kierunku wektora $h = (2, 1, 0)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie $(1, 0, 2)$.

Zadanie 4. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na obszar $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 0 < y < x < 3y, 1 < 2x - y < 3, \}$.

Zadanie 5. Pokazać, że odwzorowanie $\phi(t) = (t - \pi, \cos t, \sin t)$ jest dyfeomorfizmem $\mathbb{R}$ na obraz $\phi(\mathbb{R})$. Znaleźć przestrzeń styczną i prostą styczną do $\phi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0, -1, 0)$.

Analiza wektorowa. 26 listopada 2021. Kolokwium nr 1. Zestaw D.

Zadanie 1. Zbadaj istnienie granic: $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{x+y}{x^2+y})$, $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+y}{x^2+y})$ i $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x+y}{x^2+y}$.

Zadanie 2. Zbadaj ciągłość i różniczkowalność funkcji $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2 \sin x}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Zadanie 3. Niech $f(x, y, z) = \frac{(x+z)^2+y}{z^2+3}$. Znajdź pochodne cząstkowe, pochodną kierunkową w punkcie (x, y, z) w kierunku wektora $h = (1, 1, -2)$ oraz różniczkę funkcji f w punkcie $(1, 1, 0)$.

Zadanie 4. Znajdź dyfeomorfizm pewnego przedziału otwartego $P \subset \mathbb{R}^2$ na obszar $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 0 < x < y < 4x, 1 < x + 2y < 5, \}$.

Zadanie 5. Pokazać, że odwzorowanie $\phi(t) = (\sin t, t, -\cos t)$ jest dyfeomorfizmem $\mathbb{R}$ na obraz $\phi(\mathbb{R})$. Znaleźć przestrzeń styczną i prostą styczną do $\phi(\mathbb{R})$ w punkcie $(0, 0, -1)$.