

Zadania domowe z analizy wektorowej.

Zestaw X

Zadanie 35 (po 2 pkt)

Znaleźć ekstrema lokalne funkcji f na $\mathbb{R}^2$:

1. $f(x, y) = x^2y(4 - x + y)$,
2. $f(x, y) = 6xy - x^3 - y^3$,
3. $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4a^2xy + 2a^2$ (a – parametr),
4. $f(x, y) = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$.

Zadanie 36. (po 1 pkt)

Znaleźć pochodne cząstkowe funkcji f :

1. $\frac{\partial^{p+q}f}{\partial x^p \partial y^q}$ jeśli $f(x, y) = (x - a)^p(y - b)^q$,
2. $\frac{\partial^{m+n}f}{\partial x^m \partial y^n}$ jeśli $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{x+y}$.

Zadanie 37. (po 1 pkt)

Znaleźć różniczkę $d^3f(x, y)hh'h''$ dla:

1. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy(x - y)$.

Zadanie 38. (2 pkt)

Napisać wzór Taylora względem punktu $(1, 1, 1)$ dla funkcji

$$f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz.$$

Zadanie 39. (1 pkt)

Napisać wzór Taylora do pochodnych rzędu 2 względem punktu $(0, 0)$ dla funkcji $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

Zadanie 40. (2 pkt)

Rozwinąć w szereg Taylora względem punktu $(1, 1)$ funkcję $f(x, y) = \frac{x}{y}$.

Zadanie 41. (po 2 pkt)

Rozwinąć w szereg MacLaurina funkcję f :

1. $f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$,
2. $f(x, y) = \cos(x^2 + y^2)$.