

Zadania domowe z analizy wektorowej.

Zestaw XII

Zadanie 45 (po 1 pkt)

Obliczyć całki iterowane:

1. $\int_1^3 dx \int_1^{\sqrt{x}} \frac{y}{x} dy;$
2. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r^2 \sin^2 \varphi dr.$

Zadanie 46. (po 1 pkt)

Obliczyć podane całki podwójne i potrójne:

1. $\iint_P ye^{xy} dx dy$, gdzie $P = [-1, 1] \times [0, 1];$
2. $\iint_P x \sin^2 xy dx dy$, gdzie $P = [0, 2] \times [0, \pi];$
3. $\iint_T (4 - x - y) dx dy$, gdzie T jest trójkątem o wierzchołkach $(0, 0)$, $(2, 2)$, $(1, 3);$
4. $\iint_D \frac{x}{y} dx dy$, gdzie $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq x^2\};$
5. $\iint_D \frac{\sqrt{xy^2+4x^4}}{xy} dx dy$, gdzie $D = [1, 9] \times [2, 3];$
6. $\iint_D \lfloor x + y \rfloor dx dy$, gdzie $\lfloor a \rfloor$ oznacza największą liczbę całkowitą n taką, że $n \leq a$, $D = [0, 2] \times [0, 2];$
7. $\iint_D \frac{dxdy}{(x+y+1)^3}$, gdzie $D = [0, 2] \times [0, 1];$
8. $\iiint_P \sin(x + y + z) dx dy dz$, gdzie $P = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \pi].$

Zadanie 47. (po 2 pkt)

Obliczyć podane całki podwójne i potrójne:

1. $\iint_T (5x^2 - 2xy) dx dy$, gdzie T jest trójkątem ograniczonym prostą $x + 2y = 2$ i osiami współrzędnych;
2. $\iint_D \operatorname{sgn}(x^2 - y^2 + 2) dx dy$, gdzie $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\};$
3. $\iiint_P xz \sin(xy) dx dy dz$, gdzie $P = [\frac{1}{6}, \frac{1}{2}] \times [0, \pi] \times [0, 1];$
4. $\iiint_P e^{x+y+z} dx dy dz$, gdzie $P : x \leq 0, -x \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq -x;$
5. $\iiint_P x^2 + y^2 dx dy dz$, gdzie $P : x^2 + y^2 \leq 4, 1 - x \leq z \leq 2 - x.$