

Zadania domowe z analizy wektorowej.

Zestaw XIV

Zadanie 49. (po 2 pkt)

Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne biegunowe r i α obliczyć całki:

1. $\iint_{x^2+y^2 \leq a^2} \sqrt{x^2+y^2} dx dy$, a — ustalony parametr;
2. $\iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$, gdzie D jest obszarem ograniczonym krzywą $x^2 + y^2 = 2$;
3. $\iint_D y^2 e^{x^2+y^2} dx dy$, gdzie D jest obszarem spełniającym warunki: $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$;
4. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, gdzie D jest obszarem spełniającym warunki: $y \leq x^2 + y^2 \leq x$, $y \geq 0$.

Zadanie 50. (po 3 pkt)

Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne sferyczne α , β i r obliczyć podane całki po obszarach ograniczonych wskazanymi powierzchniami:

1. $\iiint_U z^2 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, gdzie U : $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $z = 0$;
2. $\iiint_U \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2}$, gdzie U : $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, $z = \frac{1}{2}$;
3. $\iiint_U (x^2 + y^2) dx dy dz$, gdzie U : $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Zadanie 51. (3 pkt)

Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne walcowe α , r i h obliczyć podane całki po obszarach ograniczonych wskazanymi powierzchniami:

1. $\iiint_U (x^2 + y^2) dx dy dz$, gdzie U : $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 8$.