

Zadania domowe z analizy wektorowej.

Zestaw II

Zadanie 6. (2 pkt) Niech

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^5}{(x^2-y)^2+x^8} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Wyliczyć pochodne kierunkowe f w punkcie $(0, 0)$ w kierunku dowolnego wektora $v \in \mathbb{R}^2$ i pokazać, że f nie jest ciągła w $(0, 0)$.

Zadanie 7. (1 pkt) Niech

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^4+y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Znaleźć pochodne cząstkowe f w dowolnym punkcie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Zadanie 8. (po 1 pkt) Znaleźć pochodne cząstkowe funkcji:

1. $f(x, y, z) = x^{yz}$ dla $x > 0$.

Zadanie 9. (po 1 pkt) Znaleźć pochodne kierunkowe funkcji:

1. $f(x, y) = e^{x^2y} \sin(3xy)$ w kierunku wektora $v = (-1, 1)$.

Zadanie 10. (po 2 pkt) Zbadać w jakich punktach jest różniczkowalna funkcja f oraz znaleźć Df , gdy:

1. $f(x, y) = |x - y|$ dla $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Zadanie 11. (po 2 pkt) Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji:

1.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

2.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^4+y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$