

Zadania domowe z analizy wektorowej.

Zestaw III

Zadanie 12. (po 2 pkt) Zbadać, czy funkcja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ jest klasy C^1 , gdzie:

1. $f(x, y) = x \cos \sqrt{x^2 + y^2}$.

Zadanie 13. (po 1 pkt) Policzyc $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ dla:

1. $u(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$

2. $u(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$

3. $u(x, y) = f(x, \frac{x}{y})$, gdzie f — funkcja różniczkowalna.

Zadanie 14. (po 1 pkt) Niech f — funkcja różniczkowalna. Sprawdzić, czy:

1. $u(x, y) = yf(x^2 - y^2)$ spełnia $y^2 \frac{\partial u}{\partial x} + xy \frac{\partial u}{\partial y} = xu$.

2. $u(x, y) = f(x^2 + y^2)$ spełnia $y \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

3. $u(x, y) = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$ spełnia $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} - xy \frac{\partial u}{\partial y} + y^2 = 0$.

Zadanie 15. (po 2 pkt) Znajdź ekstrema funkcji f na zbiorze F , gdzie:

1. $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$, $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$;

2. $f(x, y) = x^2 + xy + 2y$, $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$;

3. $f(x, y, z) = (x + y + z)e^{-x-2y-3z}$, $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.