

Zadania domowe z analizy wektorowej.

Zestaw VI

Zadanie 20. (1 pkt)

Przypomnijmy, że $\phi(t) = (\cos t, \sin t, t)$ jest dyfeomorfizmem $\mathbb{R}$ na obraz $\phi(\mathbb{R})$ (zwany linią śrubową). Znaleźć przestrzeń styczną i prostą styczną do linii śrubowej w punkcie $(1, 0, 0)$.

Zadanie 21. (3 pkt)

Niech $\phi: (0, 2\pi) \times (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\phi(\alpha, \beta) = (\cos \alpha \cos \beta, \sin \alpha \cos \beta, \sin \beta)$. Wykazać, że ϕ jest dyfeomorfizmem $(0, 2\pi) \times (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ na obraz. Znaleźć ten obraz. Znaleźć przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do tego obrazu w punkcie $(-1, 0, 0)$.

Zadanie 22. (4 pkt)

Niech $\mathbb{T}_0 = \{\phi(x_1, x_2) : (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2\}$, gdzie $\phi(x_1, x_2) = (\cos x_1, \sin x_1, \cos x_2, \sin x_2)$. Wykazać, że $\mathbb{T}_0$ jest dwuwymiarową rozmaitością. Znaleźć przestrzeń styczną i płaszczyznę styczną do $\mathbb{T}_0$ w punkcie $(1, 0, 1, 0)$.