

Zadania domowe z analizy wektorowej.

Zestaw VII

Zadanie 23 (2 pkt)

Wykazać, że układ równań

$$\begin{cases} xu - yv = 0 \\ yu + xv = 2 \end{cases}$$

określa w otoczeniu punktu $x_0 = y_0 = u_0 = v_0 = 1$ funkcje $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$. Policzyc różniczki $Du(x_0, y_0)$, $Dv(x_0, y_0)$.

Zadanie 24 (po 1 pkt)

Znaleźć:

1. $\frac{dy}{dx}$ jeśli $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctg \frac{y}{x}$;
2. $\frac{dy}{dx}$ dla $(x, y) = (0, 0)$, jeśli $(x^2 + y^2)^2 = 3x^2y - y^3$;
3. dz jeśli $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$;
4. du jeśli $u^3 - 3(x + y)u^2 + z^3 = 0$;
5. $\frac{\partial z}{\partial x}$ i $\frac{\partial z}{\partial y}$ jeśli $f(x - y, y - z, z - x) = 0$.

Zadanie 25. (po 1 pkt)

Obliczyć $y'(x)$ i $y''(x)$, gdzie $y(x)$ jest określone równaniem:

1. $y - \sin y + x^2 = 0$;
2. $y^2 - \arctg y - e^x = 0$.

Zadanie 26. (po 1 pkt)

Napisać równania stycznych do krzywych określonych podanymi równaniami we wskazanych punktach A tych krzywych:

1. $x + x^3 = y^3 + y^5$, $A = (1, 1)$;
2. $2 + x^3 + y^3 = e^x + e^y$, $A = (0, 0)$.

Zadanie 27. (po 2 pkt)

Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji uwikłanych $y = y(x)$ określonych równaniami:

1. $x^3 + y^3 - 8xy = 0$;
2. $x^2 + y^2 - xy - 2x + 4y = 0$;
3. $(x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 - y^2)$.