

Zadania domowe z analizy wektorowej.

Zestaw VIII

Zadanie 28 (po 2 pkt)

Zbadać, czy zbiór S jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p, S)$ i $N(p, S)$, gdzie $p \in S$:

1. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 - x + y^2 = 0\}$,
2. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 = 1, y^2 + z^2 = 1\}$,
3. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : e^{2x+y+z} + e^{3x-y} + \ln(1+x+y) = 2\}$,
4. $S = \{(x, y, u, v) \in \mathbb{R}^4 : e^{x+y+u} + e^{x+y+v} + u = 2, e^{x+u} + e^{x+y-u} + u - v = 2\}$.

Zadanie 29. (po 3 pkt)

Znaleźć ekstrema warunkowe funkcji f na zbiorze S ($a > b > 0$), gdzie:

1. $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$, $f(x, y) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$;
2. $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1\}$, $f(x, y) = x^2 + y^2$;
3. $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 = 25\}$, $f(x, y) = x^2 + 12xy + 2y^2$.