

Ćwiczenia z analizy wektorowej. Zestaw III

Zadanie 13. Zbadać, czy funkcja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ jest klasy C^1 , gdzie:

1. $f(x, y) = x \sin \sqrt{x^2 + y^2}$.

Zadanie 14. Niech $g(x, y, z) = x + yz$. Znaleźć $f'(t)$, gdzie $f(t) = g(\sin t, \cos t, t^2)$.

Zadanie 15. Pokazać, że funkcja $u(x, y) = x^n f(\frac{y}{x^2})$, gdzie f — dowolna funkcja różniczkowalna, spełnia równanie $x \frac{\partial u}{\partial x} + 2y \frac{\partial u}{\partial y} = nu$.

Zadanie 16. Niech $u(x, y, z) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{6}x^3(y+z) + \frac{1}{2}x^2yz + f(y-x, z-x)$, gdzie f — dowolna funkcja różniczkowalna. Obliczyć $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$.

Zadanie 17. Niech $f(x, y) = 2x^2 - x + y^2 - y$ i $F = \{(x, y): x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$. Wyznaczyć $\max_F f$ i $\min_F f$.

Zadanie 18. Znaleźć $\sup_F f$ i $\inf_F f$, gdzie $f(x, y) = (x+y)e^{-x^2-y^2}$ i $F = \{(x, y): x \geq 0, y \geq 0\}$.

Zadanie 19. Niech $f(x, y, z) = 2x - 3y + z$ i $F = \{(x, y, z): x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y+z \leq 1\}$. Wyznaczyć $\max_F f$ i $\min_F f$.