

Ćwiczenia z analizy wektorowej. Zestaw VII

Zadanie 36. Wykazać, że układ równań

$$\begin{cases} x + y + u \sin v = 0 \\ 2x + y - v \sin u = 0 \end{cases}$$

określa w otoczeniu punktu $x_0 = \pi$, $y_0 = -\frac{3}{2}\pi$, $u_0 = v_0 = \frac{1}{2}\pi$ funkcje $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$. Policzyc różniczki $Du(x_0, y_0)$, $Dv(x_0, y_0)$.

Zadanie 37. Znaleźć $\frac{dy}{dx}$ jeśli $x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x = 0$.

Zadanie 38. Na jakim zbiorze równanie $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ określa funkcję $y(x)$?

Zadanie 39. Znaleźć dz jeśli:

1. $xyz = z + y + x$;

2. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Zadanie 40. Znaleźć $\frac{\partial z}{\partial x}$ i $\frac{\partial z}{\partial y}$ jeśli $f(x, x + y, x + y + z) = 0$.

Zadanie 41. Niech krzywa będzie zadana równaniem $x^2 + xy + y^2 = 3$. Znaleźć styczną do krzywej w punkcie $(1, 1)$. Obliczyć y' i y'' .

Zadanie 42. Znaleźć ekstrema funkcji $y = y(x)$ zadanej za pomocą równania $x^2 + y^2 - xy - 2x + 4y = 0$.