

Ćwiczenia z analizy wektorowej. Zestaw VIII

Zadanie 43. Zbadać, czy zbiór S jest rozmaitością. Jeśli tak, to wyznaczyć jej wymiar oraz znaleźć $T(p, S)$ i $N(p, S)$, gdzie $p \in S$:

1. $S = \{x \in \mathbb{R}^m : \sum_{i=1}^m (\frac{x_i}{a_i})^2 = 1\} \ (m \geq 2, a_1, \dots, a_m > 0),$

2. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0, x^2 + y^2 = 1\}.$

Zadanie 44. Znaleźć równanie przestrzeni stycznej i normalnej do powierzchni $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ w punkcie $(3, 4, 12)$.

Zadanie 45. Znaleźć ekstrema funkcji f na zbiorze S , gdzie:

1. $S = \{x \in \mathbb{R}^m : x_1^2 + \dots + x_m^2 = 1\}, f(x) = x_1 \cdots x_m.$

2. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}, f(x, y, z) = x - 2y + 2z.$

3. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\} \ (a > b > c > 0), f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2.$

4. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}_+^3 : x^2 + y^2 = 2, y + z = 2\}, f(x, y, z) = xy + yz.$