

Ćwiczenia z analizy wektorowej dla studentów zaocznych.

Zestaw III

Zadanie 39. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji:

1. $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x + 6y,$

2. $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 6xy,$

3. $f(x, y) = xy + e^{-x^2-y^2}.$

Zadanie 40. Znaleźć ekstrema funkcji f na zbiorze S , gdzie:

1. $S = \{x \in \mathbb{R}^m : x_1^2 + \dots + x_m^2 = 1\}, f(x) = x_1 \dots x_m.$

2. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}, f(x, y, z) = x - 2y + 2z.$

3. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\} (a > b > c > 0), f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2.$

4. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}_+^3 : x^2 + y^2 = 2, y + z = 2\}, f(x, y, z) = xy + yz.$

Zadanie 41. Wykazać, że układ równań

$$\begin{cases} x + y + u \sin v = 0 \\ 2x + y - v \sin u = 0 \end{cases}$$

określa w otoczeniu punktu $x_0 = \pi, y_0 = -\frac{3}{2}\pi, u_0 = v_0 = \frac{1}{2}\pi$ funkcje $u = u(x, y), v = v(x, y)$.
Policzyć różniczki $Du(x_0, y_0), Dv(x_0, y_0)$.

Zadanie 42. Znaleźć $\frac{dy}{dx}$ jeśli $x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x = 0$.

Zadanie 43. Na jakim zbiorze równanie $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ określa funkcję $y(x)$?

Zadanie 44. Znaleźć dz jeśli:

1. $xyz = z + y + z;$

2. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$

Zadanie 45. Znaleźć $\frac{\partial z}{\partial x}$ i $\frac{\partial z}{\partial y}$ jeśli $f(x, x + y, x + y + z) = 0$.

Zadanie 46. Niech krzywa będzie zadana równaniem $x^2 + xy + y^2 = 3$. Znaleźć styczną do krzywej w punkcie $(1, 1)$.