

## Analiza wektorowa. Zakres na egzamin teoretyczny

1. Przestrzeń wektorowa  $\mathbb{R}^n$  i  $n$ -wymiarowa przestrzeń Euklidesowa.
2. Metryka w  $\mathbb{R}^n$ , kule otwarte i domknięte w  $\mathbb{R}^n$ , zbiory otwarte i domknięte w  $\mathbb{R}^n$ .
3. Zbieżność ciągów w  $\mathbb{R}^n$ . Charakteryzacja ciągów zbieżnych w  $\mathbb{R}^n$  do  $x_0$ .
4. Granica odwzorowania i ciągłość funkcji w  $\mathbb{R}^n$  (w sensie Cauchy'ego i Heinego). Ciągłość po współrzędnych a ciągłość w  $\mathbb{R}^n$ . Przykłady.
5. Pochodne kierunkowe i cząstkowe funkcji. Przykłady.
6. Definicja odwzorowania liniowego i różniczki odwzorowania. Pojęcie gradientu funkcji, macierzy Jacobiego i jacobianu odwzorowania. Przykłady.
7. Związek pomiędzy różniczką odwzorowania a pochodnymi kierunkowymi i cząstkowymi. (Twierdzenie 3 i 4).
8. Twierdzenie o pochodnej złożenia (Twierdzenie 5) wraz z przykładami.
9. Warunek konieczny istnienia ekstremum lokalnego (Twierdzenie 6) i twierdzenia o wartości średniej dla funkcji i odwzorowań (Twierdzenia 7 i 9).
10. Twierdzenie o funkcji odwrotnej (Twierdzenie 10). Wzór na różniczkę funkcji odwrotnej.
11. Definicja dyfeomorfizmu. Przykłady.
12. Definicja płatu  $k$ -wymiarowego, rozmaitości  $k$ -wymiarowej, mapy rozmaitości i atlasu. Przykłady.
13. Definicja wektora stycznego i twierdzenie o przestrzeni stycznej do rozmaitości (Twierdzenie 11).
14. Twierdzenie o funkcji uwikłanej (Twierdzenie 12). Przykłady.
15. Twierdzenie o mnożnikach Lagrange'a (Twierdzenie 14). Przykłady stosowania.
16. Twierdzenie Schwarza o symetrii drugiej różniczki (Twierdzenie 17) i jego uogólnienie na  $k$ -te różniczki (Twierdzenie 18).
17. Dodatnia i ujemna określoność formy kwadratowej — definicja, kryteria. Warunek wystarczający istnienia ekstremum lokalnego (Twierdzenie 20 i 21).
18. Wzór Taylora dla funkcji (Twierdzenie 22).
19. Definicje: podziału  $P$  przedziału, objętości przedziału, sum dolnych i górnych oraz funkcji całkowalnej  $f$  na przedziale  $A$  oraz całki z funkcji  $f$  na przedziale  $A$ . Przykłady całek policzonych z definicji.
20. Funkcje charakterystyczne zbioru, całki po dowolnych zbiorach, zbiory mierzalne w sensie Jordana, objętości zbiorów.
21. Całka dolna i górna. Twierdzenie Fubiniego (Twierdzenie 30). Przykłady.
22. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie (Twierdzenie 32). Przykłady.
23. Całki krzywoliniowe pierwszego i drugiego rodzaju. Przykłady.
24. Twierdzenie Greena (Twierdzenie 33) i jego zastosowania.
25. Pola potencjalne i jego własności. Warunek konieczny i wystarczający potencjalności pola.