

### Egzamin z analizy wektorowej. Zadania. 13 II 2022. Zestaw A

Imię i Nazwisko: .....

Numer indeksu: .....

**Zadanie 1.** (5 punktów) Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin y}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

**Zadanie 2.** (5 punktów) Znaleźć pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania  $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  postaci  $\varphi(x, y) = (e^{x^2+y}, \sin(xy^2))$ .

**Zadanie 3.** (5 punktów) Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 12xy$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 4.** (5 punktów) Obliczyć całkę

$$\iint_D x^2 + y \, dx \, dy,$$

gdzie pole obszaru  $D$  jest ograniczone krzywymi  $y = 1/x^2$ ,  $y = 8x$  i  $y = x$ .

**Zadanie 5.** (5 punktów) Obliczyć całkę krzywoliniową zorientowaną

$$\int_{\gamma} (x + 2y) \, dx + (x^2 + 4xy) \, dy,$$

gdzie  $\gamma$  — odcinek o początku  $(2, 0)$  i końcu  $(3, 4)$ .

### Egzamin z analizy wektorowej. Zadania. 13 II 2022. Zestaw B

Imię i Nazwisko: .....

Numer indeksu: .....

**Zadanie 1.** (5 punktów) Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

**Zadanie 2.** (5 punktów) Znaleźć pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania  $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  postaci  $\varphi(x, y) = (\ln(x^2 + y^2 + 1), e^{3x+2y^2})$ .

**Zadanie 3.** (5 punktów) Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = 12xy - x^3 - y^3$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 4.** (5 punktów) Obliczyć całkę

$$\iint_D x + 2y \, dx \, dy,$$

gdzie pole obszaru  $D$  jest ograniczone krzywymi  $y = x^2$ ,  $y = 2x$  i  $y = x$ .

**Zadanie 5.** (5 punktów) Obliczyć całkę krzywoliniową niezorientowaną

$$\int_{\gamma} (x - y^2) \, dl,$$

gdzie  $\gamma$  — odcinek o początku  $(0, 1)$  i końcu  $(2, 2)$ .

### Egzamin z analizy wektorowej. Zadania. 13 II 2022. Zestaw C

Imię i Nazwisko: .....

Numer indeksu: .....

**Zadanie 1.** (5 punktów) Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin y}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

**Zadanie 2.** (5 punktów) Znaleźć pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania  $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  postaci  $\varphi(x, y) = (e^{x^2+y}, \sin(xy^2))$ .

**Zadanie 3.** (5 punktów) Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 12xy$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 4.** (5 punktów) Obliczyć całkę

$$\iint_D x^2 + y \, dx \, dy,$$

gdzie pole obszaru  $D$  jest ograniczone krzywymi  $y = 1/x^2$ ,  $y = 8x$  i  $y = x$ .

**Zadanie 5.** (5 punktów) Obliczyć całkę krzywoliniową zorientowaną

$$\int_{\gamma} (x + 2y) \, dx + (x^2 + 4xy) \, dy,$$

gdzie  $\gamma$  — odcinek o początku  $(2, 0)$  i końcu  $(3, 4)$ .

### Egzamin z analizy wektorowej. Zadania. 13 II 2022. Zestaw D

Imię i Nazwisko: .....

Numer indeksu: .....

**Zadanie 1.** (5 punktów) Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{dla } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

**Zadanie 2.** (5 punktów) Znaleźć pochodne cząstkowe, macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania  $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  postaci  $\varphi(x, y) = (\ln(x^2 + y^2 + 1), e^{3x+2y^2})$ .

**Zadanie 3.** (5 punktów) Znaleźć ekstrema lokalne funkcji  $f(x, y) = 12xy - x^3 - y^3$  na  $\mathbb{R}^2$ .

**Zadanie 4.** (5 punktów) Obliczyć całkę

$$\iint_D x + 2y \, dx \, dy,$$

gdzie pole obszaru  $D$  jest ograniczone krzywymi  $y = x^2$ ,  $y = 2x$  i  $y = x$ .

**Zadanie 5.** (5 punktów) Obliczyć całkę krzywoliniową niezorientowaną

$$\int_{\gamma} (x - y^2) \, dl,$$

gdzie  $\gamma$  — odcinek o początku  $(0, 1)$  i końcu  $(2, 2)$ .