

Ćwiczenia z analizy wektorowej dla studentów zaocznych.

Zestaw V

Zadanie 53. Obliczyć $\int_{\gamma} x^2 y \, dl$, jeśli γ jest łukiem opisanym równaniami:

1. $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, t \in [0, \frac{\pi}{2}]$;
2. $x = 2 \cos t^2, y = 2 \sin t^2, t \in [0, \sqrt{\frac{\pi}{2}}]$.

Zadanie 54. Obliczyć podane całki krzywoliniowe niezorientowane po wskazanych łukach:

1. $\int_{\gamma} (x + y) \, dl$, gdzie γ — brzeg trójkąta o wierzchołkach $(1, 0), (0, 1), (0, 0)$.
2. $\int_{\gamma} \sqrt{x^2 + y^2} \, dl$, gdzie γ — okrąg $x^2 + y^2 = 2x$.

Zadanie 55. Obliczyć podane całki krzywoliniowe zorientowane z pola wektorowego po wskazanych krzywych:

1. $\int_{\Gamma} (2x + y) \, dx + (x^2 - y) \, dy$, gdzie Γ krzywa $x = t, y = t^2, t \in [0, 1]$.

Zadanie 56. Obliczyć podane całki krzywoliniowe zorientowane:

1. $\int_{\gamma_{AB}} (3y + 4x) \, dx + (3x + 1) \, dy$, gdzie γ_{AB} jest łukiem o początku $A = (1, 2)$ i końcu $B = (4, 0)$.

Zadanie 57. Korzystając z twierdzenia Greena oblicz podane całki krzywoliniowe:

1. $\oint_{\Gamma} 3xy \, dx + 2xy \, dy$, gdzie Γ jest brzegiem obszaru D ograniczonego krzywymi $x = -2, x = 4, y = 1$ i $y = 2$
2. $\oint_{\Gamma} (e^x + y^2) \, dx + (e^y + x^2) \, dy$, gdzie Γ jest brzegiem obszaru D ograniczonego krzywymi $y = x^2$ i $y = x$.