

## Zadania domowe z analizy wektorowej dla studentów zaocznych.

### Zestaw V

#### Zadanie 38. (3 pkt)

Sprawdzić, że wartość całki krzywoliniowej niezorientowanej nie zależy od parametryzacji na przykładzie całki  $\int_{\gamma} x^2 y ds$ , jeśli  $\gamma$  jest krzywą opisaną równaniami:

1.  $x(t) = 2 \cos(-t)$ ,  $y(t) = 2 \sin(-t)$ , gdzie  $t \in [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ ;
2.  $x(t) = t$ ,  $y(t) = \sqrt{4 - t^2}$ , gdzie  $t \in [0, 2]$ .

#### Zadanie 39. (po 2 pkt)

Obliczyć podane całki krzywoliniowe niezorientowane po wskazanych krzywych:

1.  $\int_{\gamma} xy ds$ , gdzie  $\gamma$  — brzeg kwadratu  $|x| + |y| \leq 1$ ;
2.  $\int_{\gamma} \frac{xy}{z} ds$ , gdzie  $\gamma$  — odcinek łączący punkty  $(1, 1, 1)$  i  $(2, 3, 4)$ .

#### Zadanie 40. (po 2 pkt)

Obliczyć podane całki krzywoliniowe zorientowane z pola wektorowego  $F$  po krzywej  $\gamma$  dla

1.  $F(x, y) = (y, -x^2)$ ,  $\gamma$  — krzywa  $x(t) = t$ ,  $y(t) = \frac{1}{2}t^2$ , gdzie  $t \in [0, 2]$ ;
2.  $F(x, y) = (x + y, x - y)$ ,  $\gamma$  — krzywa  $x(t) = 2 \cos t$ ,  $y(t) = 4 \sin t$ , gdzie  $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$ .

#### Zadanie 41. (po 2 pkt)

Sprawdzić, że podane całki krzywoliniowe zorientowane nie zależą od kształtu krzywej całkowania i następnie obliczyć je:

1.  $\int_{\gamma} 2xy^3 dx + 3x^2y^2 dy$ ,  $\gamma$  — krzywa o początku  $A = (-2, 2)$  i końcu  $B = (-1, 0)$ ;
2.  $\int_{\gamma} y \sin x dx - \cos x dy$ ,  $\gamma$  — krzywa o początku  $A = (0, 1)$  i końcu  $B = (\pi, -1)$ .

#### Zadanie 42. (po 2 pkt)

Korzystając z twierdzenia Greena obliczyć podane całki krzywoliniowe zorientowane po krzywych dodatnio zorientowanych względem swego wnętrza:

1.  $\oint_{\gamma} (1 - x^2)y dx + x(1 + y^2) dy$ ,  $\gamma$  — okrąg  $x^2 + y^2 = 1$ ;
2.  $\oint_{\gamma} (x^2 + y) dx + (x + y^2) dy$ ,  $\gamma$  — brzeg trójkąta o wierzchołkach  $A = (1, 1)$ ,  $B = (3, 2)$ ,  $C = (2, 5)$  zorientowanym dodatnio.