

Egzamin poprawkowy z procesów stochastycznych. Zadania. 4 III 2011. Grupa A

Imię i Nazwisko:

Numer indeksu:

Zadanie 1. (15 punktów) Rozpatrzmy błądzenie losowe z prawdopodobieństwem sukcesu p i porażki $q = 1 - p$ z barierami w zerze i dla $N = 4$ startujące z k takiego, że $0 < k < N$. Znajdź macierz przejścia, określ które stany są chwilowe, powracające zerowe lub powracające niezerowe, a także znajdź rozkład stacjonarny. Rozpatrz następujące przypadki:

- obie bariery są pochłaniające
- obie bariery są odbijające
- w 0 jest bariera odbijająca, a w 4 pochłaniająca.

Zadanie 2. (10 punktów) Pewna bakteria dzieli się w każdym pokoleniu na k nowych bakterii z prawdopodobieństwem $p_0 = 0,5$, $p_k = 0,2 \cdot (0,6)^{k-1}$ ($k = 1, 2, \dots$). Oblicz:

- prawdopodobieństwo, że wszyscy potomkowie danej bakterii kiedyś wymrą
- średnią liczbę bakterii w n -tym pokoleniu
- prawdopodobieństwo, że potomkowie bakterii wymrą w 3 pokoleniu.

Zadanie 3. (10 punktów) Niech $\{X_t : t \geq 0\}$ będzie procesem Markowa na przestrzeni stanów $S = \{1, 2, 3\}$ z generatorem postaci

$$G = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- Wyznaczyć półgrupę $\{P_t : t \geq 0\}$.
- Znaleźć rozkład stacjonarny.
- Znaleźć łańcuch skoków procesu X .

Egzamin poprawkowy z procesów stochastycznych. Zadania. 4 III 2011. Grupa A

Imię i Nazwisko:

Numer indeksu:

Zadanie 1. (15 punktów) Rozpatrzmy błądzenie losowe z prawdopodobieństwem sukcesu p i porażki $q = 1 - p$ z barierami w zerze i dla $N = 4$ startujące z k takiego, że $0 < k < N$. Znajdź macierz przejścia, określ które stany są chwilowe, powracające zerowe lub powracające niezerowe, a także znajdź rozkład stacjonarny. Rozpatrz następujące przypadki:

- obie bariery są pochłaniające
- obie bariery są odbijające
- w 0 jest bariera odbijająca, a w 4 pochłaniająca.

Zadanie 2. (10 punktów) Pewna bakteria dzieli się w każdym pokoleniu na k nowych bakterii z prawdopodobieństwem $p_0 = 0,5$, $p_k = 0,2 \cdot (0,6)^{k-1}$ ($k = 1, 2, \dots$). Oblicz:

- prawdopodobieństwo, że wszyscy potomkowie danej bakterii kiedyś wymrą
- średnią liczbę bakterii w n -tym pokoleniu
- prawdopodobieństwo, że potomkowie bakterii wymrą w 3 pokoleniu.

Zadanie 3. (10 punktów) Niech $\{X_t : t \geq 0\}$ będzie procesem Markowa na przestrzeni stanów $S = \{1, 2, 3\}$ z generatorem postaci

$$G = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- Wyznaczyć półgrupę $\{P_t : t \geq 0\}$.
- Znaleźć rozkład stacjonarny.
- Znaleźć łańcuch skoków procesu X .