

Zaliczenie poprawkowe z procesów stochastycznych. 4 III 2011. Grupa A

Imię i Nazwisko:

Numer indeksu:

Zadanie 1. (15 punktów) Na płaszczyźnie siedzą dwie muchy. Pierwsza znajduje się w punkcie $(0, 0)$ a druga w $(0, 4)$, przy czym pierwsza współrzędna oznacza czas a druga położenie. Muchy zaczynają niezależnie przemieszczać się w sposób losowy. Każda z nich przechodzi w kolejnych momentach czasu o 1 w górę lub 1 w dół, z prawdopodobieństwami $\frac{1}{2}$. Eksperyment kończy się w momencie gdy muchy się spotkają lub gdy odległość między nimi wynosi 6. Oblicz wartość oczekiwaną czasu trwania eksperymentu i prawdopodobieństwo, że muchy się spotkają.

Zadanie 2. (15 punktów) Pewna bakteria dzieli się w każdym pokoleniu na k nowych bakterii z prawdopodobieństwem $p_0 = 0,5$, $p_k = 0,2 \cdot (0,6)^{k-1}$ ($k = 1, 2, \dots$). Oblicz:

- a) prawdopodobieństwo, że wszyscy potomkowie danej bakterii kiedyś wymrą
- b) średnią liczbę bakterii w n -tym pokoleniu
- c) prawdopodobieństwo, że potomkowie bakterii wymrą w 3 pokoleniu.

Zadanie 3. (20 punktów) Rozpatrzmy błędzenie losowe z prawdopodobieństwem sukcesu p i porażki $q = 1 - p$ z barierami w zerze i dla $N = 4$ startujące z k takiego, że $0 < k < N$. Znajdź macierz przejścia, określ które stany są chwilowe, powracające zerowe lub powracające niezerowe, a także znajdź rozkład stacjonarny. Rozpatrz następujące przypadki:

- a) obie bariery są pochłaniające
- b) obie bariery są odbijające
- c) w 0 jest bariera odbijająca, a w 4 pochłaniająca.

Zaliczenie poprawkowe z procesów stochastycznych. 4 III 2011. Grupa A

Imię i Nazwisko:

Numer indeksu:

Zadanie 1. (15 punktów) Na płaszczyźnie siedzą dwie muchy. Pierwsza znajduje się w punkcie $(0, 0)$ a druga w $(0, 4)$, przy czym pierwsza współrzędna oznacza czas a druga położenie. Muchy zaczynają niezależnie przemieszczać się w sposób losowy. Każda z nich przechodzi w kolejnych momentach czasu o 1 w górę lub 1 w dół, z prawdopodobieństwami $\frac{1}{2}$. Eksperyment kończy się w momencie gdy muchy się spotkają lub gdy odległość między nimi wynosi 6. Oblicz wartość oczekiwaną czasu trwania eksperymentu oraz prawdopodobieństwo, że muchy się spotkają.

Zadanie 2. (15 punktów) Pewna bakteria dzieli się w każdym pokoleniu na k nowych bakterii z prawdopodobieństwem $p_0 = 0,5$, $p_k = 0,2 \cdot (0,6)^{k-1}$ ($k = 1, 2, \dots$). Oblicz:

- a) prawdopodobieństwo, że wszyscy potomkowie danej bakterii kiedyś wymrą
- b) średnią liczbę bakterii w n -tym pokoleniu
- c) prawdopodobieństwo, że potomkowie bakterii wymrą w 3 pokoleniu.

Zadanie 3. (20 punktów) Rozpatrzmy błędzenie losowe z prawdopodobieństwem sukcesu p i porażki $q = 1 - p$ z barierami w zerze i dla $N = 4$ startujące z k takiego, że $0 < k < N$. Znajdź macierz przejścia, określ które stany są chwilowe, powracające zerowe lub powracające niezerowe, a także znajdź rozkład stacjonarny. Rozpatrz następujące przypadki:

- a) obie bariery są pochłaniające
- b) obie bariery są odbijające
- c) w 0 jest bariera odbijająca, a w 4 pochłaniająca.